Inspectoratul Şcolar al Judeţului Arad

Olimpiada de Matematică

Etapa pe centru - 18.02.2012

Clasa a IX-a

1. a) Demonstraț i că $\forall a, b, c \in \mathrm{R}$, are loc inegalitatea:

$a^2 + b^2 + c^2 \geq a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a.$

b) Demonstraț i că $\forall a, b, c \in R^*, a \cdot b \cdot c = 1$ are loc inegalitatea:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

Olimpiade si concursuri scolare 2011 clasele IX-XII , coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, problema 40, pag 9

2. Se consideră un punct M interior triunghiului ABC ș i G_A, G_B, G_C centrele de greutate ale triunghiurilor MBC, MAC ș i respectiv $MAB.$ Arătaț i că $\overrightarrow{AG_A} + \overrightarrow{BG_B} + \overrightarrow{CG_C} = \vec{0}$ dacă ș i numai dacă M este centrul de greutate al triunghiului $ABC.$

Olimpiade si concursuri scolare 2011 clasele IX-XII , coordonator Radu Gologan, Editura Paralela 45, problema 15, pag 16

3. Fie $ABCD$ un patrulater ș i fie $k \in (0, \infty).$ Considerăm punctele M, N, P, Q astfel încât $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB},$ $\overrightarrow{BN} = k\overrightarrow{BC},$ $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PC}$ ș i $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{AD}.$ Să se arate că dreapta MP trece prin mijlocul segmentului $NQ.$

GM 5/2011 problema 26455, Dan Nedeianu, Drobeta Tr Severin

4. Se consideră numărul real x astfel încât $x + \frac{1}{x} \in Z$. Să se arate că

$$x^n + \frac{1}{x^n} \in Z, \forall n \in N.$$

Problema D3/60 manual de matematica pentru clasa a IX-a, autori Marius Burtea si Georgeta Burtea, Editura Carminis