Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XII-a
Galaţi, 5 noiembrie 2011

Clasa a X-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Problema 1

a) Obţinerea relaţiei

$\log_{\frac{1}{(a+b)^2}} \frac{9}{4\cdot\left(\frac{a+b}{2}+c+d\right)^2} \geq \sqrt[3]{\log_{a+b}(b+c)\cdot\log_{a+b}(c+d)\cdot\log_{a+b}(d+a)}$ ……….....….......3 puncte

Înmulţirea celor 4 inegalităţi şi finalizare..1 punct

b) $x_n = \sum_{k=1}^{n} \sqrt[k^4+k^2+1]{1+k} > n$ .... 1 punct

Obţinerea relaţiei $\sqrt[k^4+k^2+1]{1+k} \leq 1+\frac{k}{k^4+k^2+1}$ ……………………………………..……..1 punct

Finalizare: $x_n \in \left(n; n+\frac{1}{2}\right)$ ……………………………......……………………………..……..1 punct

Problema 2

a) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B'C'} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{HC'}-\overrightarrow{HB'}\right)$ ....………………..…..……1 punct

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B'C'}=0$ şi finalizare ....……………….. .....……2 puncte

b) $\left(\overrightarrow{HA'}+\overrightarrow{HB'}+\overrightarrow{HC'}\right)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab\cos C-2bc\cos A-2ac\cos B$ ....2 puncte

Aplicarea teoremei cosinusului în triunghiul ABC ....……………………...……...1 punct

Finalizare...……………………………………….......1 punct

Problema 3

a) Demonstrarea relaţiei..…......1 punct

b) Alegerea punctului $O \in [O_1O_2]$ astfel încât $O_1O = k\cdot OO_2$ ……….................…….........1 punct

Obţinerea inegalităţilor $OP \leq \frac{R_1+k\cdot R_2}{k+1}$ respectiv $OP \geq \frac{|R_1-k\cdot R_2|}{k+1}$ ....1 punct

Precizarea mulţimii de puncte în fiecare din cele două cazuri (incluziunea directă).............1 punct

Demonstrarea incluziunii inverse (determinarea punctelor $M \in C(O_1;R_1)$, $N \in C(O_2 R_2)$, punctul $P \in [MN]$ fixat, $MP = k\cdot PN$, P situat în $D\left(O;\frac{R_1+k\cdot R_2}{1+k}\right)$ dacă $R_1 = k\cdot R_2$ sau în $D\left(O;\frac{R_1+k\cdot R_2}{1+k}\right) \setminus IntC\left(O;\frac{|R_1-k\cdot R_2|}{1+k}\right)$, dacă $R_1 \neq k\cdot R_2$)...3 puncte