

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”  
ediția a XII-a  
Galați, 05 noiembrie 2011

Clasa a XI-a

BAREM DE CORECTARE (NOTARE)

Problema 1

a)

1 punct dacă justifică că șirurile  $(x_n)_{n \geq 1}, (y_n)_{n \geq 1}, (z_n)_{n \geq 1}$  conțin numai termeni raționali.

1 punct dacă  $x_n^2 = 1, y_n^2 = 1, z_n^2 = 1, n > 1$ , implică  $x_{n-1}, y_{n-1}, z_{n-1}$  nu sunt raționale. (contradicție)

b)

1 punct dacă găsește  $x_n$  în funcție de  $x_1$  și  $n$ .

1 punct dacă arată că  $(t_n)_{n \geq 1}$  este convergent și are limite egale cu 0.

c)

1 punct dacă observă că  $x_1 + y_1 + z_1 = x_1 \cdot y_1 \cdot z_1$ .

1 punct dacă demonstrează că  $\forall n \in \mathbb{N}^* x_n + y_n + z_n = x_n \cdot y_n \cdot z_n$ .

1 punct pentru finalizare.

Oricare altă soluție corectă se notează cu 7 puncte.

Problema 2

1 punct dacă găsește o relație de recurență pentru  $p_n$ .

1 punct dacă justifică  $p_n = 2^n - n - 1, n \geq 2$ .

1 punct dacă găsește formele  $a, b, c$  pentru  $\sigma$  cu exact două inversiuni.

2 puncte dacă demonstrează că  $t_n = \frac{(n-2)(n+1)}{2}$ .

1 punct dacă găsește o soluție  $n=3$ .

1 punct dacă justifică unicitatea soluției.

Oricare altă rezolvare corectă este notată cu 7 puncte.

Problema 3

1 punct pentru alegerea corectă a metodei de rezolvare (vectori, numere complexe, analitic).

1 punct pentru alegerea metodei numerelor complexe și consideră  $a, b, c, 0$  sunt afixele punctelor

$A, B, C, D, m(\sphericalangle CAD) = \alpha$  și  $s = \frac{AC}{AD}$ .

2 puncte dacă calculează  $a - c = a \cdot s \cdot e^{i\alpha}$ ;  $c - b = s \cdot b \cdot i \cdot e^{i\alpha}$ . ( $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \cdot \sin \alpha$ ).

2 puncte dacă calculează  $AB \cdot CD = |(a-b) \cdot c| = |s \cdot a \cdot b \cdot e^{i\alpha} (1+i)|$ .

1 punct pentru finalizare.

Oricare altă rezolvare corectă este notată cu 7 puncte.