

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XII-a
Galați, 05 noiembrie 2011

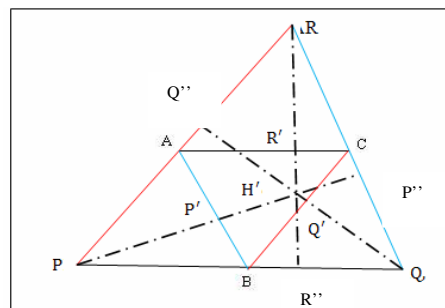
Clasa a IX-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

- a) 1 punct pentru justificarea $\Delta VAB \equiv \Delta BVC \equiv \Delta CBA \equiv \Delta AVC$
2 puncte pentru finalizare.

- b) 1 punct pentru realizarea desenului.



1 punct pentru justificarea
[AB], [BC], [AC] - linii mijlocii ale ΔPQR

1 punct:

PP' , QQ' , RR'' înălțimile ΔPQR , unde $P'' \in [RQ]$, $Q'' \in [PR]$, $R'' \in [PQ]$

$AB \parallel RQ$, $BC \parallel PR$, $AC \parallel PQ$

$\left. \begin{array}{l} [PP''] \perp RQ, [QQ''] \perp PR, [RR''] \perp PQ, \\ [PP''] \cap [QQ''] \cap [RR''] = \{H'\} \end{array} \right\} \rightarrow PP'' \perp AB, QQ'' \perp BC, RR'' \perp AC$

1 punct:

$VP' \perp AB, H'P' \perp AB \rightarrow AB \perp (VP'H') \rightarrow AB \perp VH'$

$VQ' \perp BC, H'Q' \perp BC \rightarrow BC \perp (VQ'H') \rightarrow BC \perp VH'$

$\rightarrow [VH']$ este înălțime în piramida $VABC \rightarrow H' = H$

Problema 2

3 puncte pentru justificarea :

$$[\sqrt{9n^2 + k}] = 3n, k = \overline{1,6n}; \quad [\sqrt{9n^2 + k}] = 3n+1, k = \overline{6n + 1, 12n + 3};$$

$$[\sqrt{9n^2 + k}] = 3n+2, k = \overline{12n + 4, 18n + 8}; \quad [\sqrt{9n^2 + k}] = 3n+3, k = \overline{18n + 9, 24n + 15}$$

2 puncte pentru obținerea formei echivalente a inecuației :

$$\begin{aligned} & (\sqrt{9n^2 + 1} + \sqrt{9n^2 + 2} + \dots + \sqrt{9n^2 + 6n}) + (\sqrt{9n^2 + 6n + 1} + \sqrt{9n^2 + 6n + 2} + \\ & \sqrt{9n^2 + 6n + 3} + \dots + \sqrt{9n^2 + 12n + 3}) + (\sqrt{9n^2 + 12n + 4} + \sqrt{9n^2 + 12n + 5} + \dots + \\ & \sqrt{9n^2 + 18n + 8}) + (\sqrt{9n^2 + 18n + 9} + \sqrt{9n^2 + 18n + 10} + \dots + \sqrt{9n^2 + 18n + 11}) + \dots \end{aligned}$$

$$[\sqrt{9n^2 + 24n + 15}] \leq 144n + 43$$

$$\Leftrightarrow 72n^2 + 81n + 34 \leq 144n + 43.$$

1 punct pentru obținerea formei echivalente a inecuației :

$$2n^2 + 81n + 34 \leq 144n + 43 \Leftrightarrow (n-1)(8n+1) \leq 0$$

1 punct pentru finalizare :

$n \in \mathbb{N}^*$, rezultă $8n+1 \geq 0$ și atunci inecuația obținută este echivalentă cu $n-1 \leq 0$, adică $n \leq 1$, deci $n = 1$.

Problema 3

a) 1 punct dacă justifică

$$a, b, c \in \mathbb{Z}; a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow a = b = c = 0$$

$$a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{Z}, a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} = a' + b'\sqrt{2} + c'\sqrt{3} \Leftrightarrow a = a', b = b', c = c'.$$

1 punct dacă își pune corect problema și justifică alegerea celor 10^{18} numere distincte 2 câte 2.

2 puncte dacă finalizează punctul a).

b) 1 punct dacă consideră

$$F_1 = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}, \quad F_2 = a + b\sqrt{2} - c\sqrt{3}, \quad F_3 = a - b\sqrt{2} + c\sqrt{3}, \quad F_4 = a - b\sqrt{2} - c\sqrt{3}, \quad F_1 \neq 0, \\ p = F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4.$$

1 punct dacă justifică $|p| \geq 1$ și $p \in \mathbb{Z}$

1 punct pentru finalizare.