Concursul județean de matematică “Dan Hulubei “, Galati

28 aprilie 2012

Clasa a IX-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluție, rezolvare**	**Punctaj**
1.	$x^2+y^2+4\cdot x-2\cdot y+5=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases}(x+2)^2=0\\(y-1)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases};$ $M=\{(-2;1)\}$	**3p**
	$\|x+2\|+\|y-1\|=0 \Leftrightarrow \begin{cases}\|x+2\|=0\\\|y-1\|=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases};$ $N=\{(-2,1)\}$	**3p**
	$N=M$	**1p**
2.	a). Demonstrarea cerinței	**3p**
	b). Se calculează $b-a=\dfrac{1}{\sqrt{2012}}-2\sqrt{2012}+2\sqrt{2011}<0$(conform punctului a).) $\Rightarrow a>b.$	**4p**
3.	**a).** $x_{n+1}=x_n+1+\sqrt{4\cdot x_n+1} \Rightarrow 4\cdot x_{n+1}+1=4\cdot x_n+1+4\cdot\sqrt{4\cdot x_n+1}+4=$ $\left(\sqrt{4\cdot x_n+1}+2\right)^2;$ $y_{n+1}=\sqrt{4\cdot x_{n+1}+1}=\sqrt{4\cdot x_n+1}+2;$	**1p**
	$y_{n+1}-y_n=2 \Rightarrow (y_n)_{n\geq 0}$ este progresie aritmetică	**1p**
	b). $\left.\begin{array}{l}y_0=\sqrt{4\cdot x_0+1}\\x_0=2\end{array}\right\} \Rightarrow y_0=3;$ $\begin{cases}y_0=3\\r=2\end{cases} \Rightarrow y_n=2n+3, n\in\mathbb{N}.$	**1p**

	c) $x_0 = 1 \cdot 2; x_1 = 6 = 2 \cdot 3; x_2 = 12 = 3 \cdot 4; \ldots\ldots x_n = (n+1) \cdot (n+2), n \in \mathbb{N}.$	**1p**
	Se demonstrează prin inducție matematică: $x_n = (n+1) \cdot (n+2), n \in \mathbb{N}$	**2p**
	d). $\sqrt{4 \cdot x_0 + 1} + \sqrt{4 \cdot x_1 + 1} + \sqrt{4 \cdot x_2 + 1} + \sqrt{4 \cdot x_3 + 1} + \ldots + \sqrt{4 \cdot x_{n-2} + 1} = n^2 - 1 \Leftrightarrow$ $y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-2} = n^2 - 1, n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \frac{(2+2n) \cdot (n-1)}{2} = n^2 - 1 (A)$	**1p**