

**Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați**

**11 februarie 2012**

**Clasa a VI-a**

**Barem de evaluare**

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Nr. problemei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	$N = \underbrace{863999\dots9}_{2012\text{cifre}} \Rightarrow N + 1 = \underbrace{864000\dots0}_{2012\text{cifre}} \Rightarrow N + 1 = 864 \cdot 10^{2012} = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 10^{2012} \Rightarrow$	<b>3p</b>
	$2^5 / N + 1$	<b>2p</b>
	$N + 1 = 32 \cdot k; k \in \mathbb{N}^*, k > 1;$ $N = 32 \cdot k - 1 \Rightarrow N = 32 \cdot (k - 1) + 31 \Rightarrow$ restul este 31.	<b>2p</b>
2.	Dacă $x \geq 3$ , atunci $3^x + 19 = M_{27} + 19$ , în timp ce $28^y = (27 + 1)^y = M_{27} + 1$ , d	<b>3p</b>
	Se observă că $x = 2, y = 1$ sunt singurele numere care verifică relația dată.	<b>4p</b>
3.	a) $3n + 4p + 5 = 2012 \Leftrightarrow 3n + 4p = 2007 \Rightarrow n = 669 - p - \frac{p}{3} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow p = 3 \cdot k, k \in \mathbb{N} \Rightarrow$ $n = 669 - 4k \in \mathbb{N} \Rightarrow k \leq 167 \Rightarrow k$ ia 168 de valori numere naturale Numarul perechilor $(n, p)$ este 168.	<b>3p</b>
	$\frac{B(1, n)}{A(n, 1)} = \frac{7n + 14}{3n + 9} = \frac{7 \cdot (n + 2)}{3 \cdot (n + 3)} \in \mathbb{N} \Rightarrow n + 3 = 7 \Rightarrow n = 4$	<b>4p</b>

4.	<p>Parcurgând o dată semidreptele, se colorează <math>[OA_1, [OA_7, [OA_{13}, \dots, [OA_{97}</math> pentru că <math>97=16 \cdot 6+1</math>. Deci se colorează 17 semidrepte.</p> <p>La următoarea etapă se colorează semidreptele <math>[OA_3, [OA_9, [OA_{15}, \dots, [OA_{99}</math> pentru că <math>99=16 \cdot 6+3</math>. Se colorează 17 semidrepte.</p> <p>La a treia tură se colorează semidreptele <math>[OA_5, [OA_{11}, [OA_{17}, \dots, [OA_{95}</math> pentru că <math>95=15 \cdot 6+5</math>. Se colorează 16 semidrepte.</p> <p>După colorarea semidreptei <math>[OA_{95}</math>, următoarea semidreaptă care urmează să se colorează este <math>[OA_1</math>, dar este colorată și astfel procedeul se încheie.</p> <p>După cele trei ture, s-au colorat <math>17+17+16=50</math> semidrepte și au rămas necolorate 50 semidrepte.</p>	3p
	<p>b). Semidreptele rămase necolorate <math>[OA_2, [OA_4, [OA_6, \dots, [OA_{100}</math> formează în jurul punctului O, 50 de unghiuri congruente cu măsura de <math>360^\circ : 50 = 7,2^\circ</math>. Semidreptele opuse <math>[OA_2</math> și <math>[OA_{52}</math>; <math>[OA_4</math> și <math>[OA_{54}</math>; <math>\dots</math>; <math>[OA_{50}</math> și <math>[OA_{100}</math>. determină 25 de drepte.</p>	2p
	<p>c). Dacă ar fi semidrepte perpendiculare, ar trebui să existe un număr natural <math>k</math> astfel încât <math>7,2^\circ \cdot k = 90^\circ \Rightarrow k = \frac{25}{2} \notin \mathbb{N}</math>. Deci nu rămân semidrepte necolorate perpendiculare.</p>	2p