Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

11 februarie 2012

Clasa a VII-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluție, rezolvare**	**Punctaj**
1.	m=1	**2p**
	$\sqrt{\overline{ab}+6\cdot(a+b)+\overline{ba}}=\sqrt{17\cdot a+17\cdot b}=\sqrt{17(a+b)}\in\mathbb{N}$ daca a+b=17 $\Rightarrow$ $(8,9);(9,8)\Rightarrow$ card $A=2\Rightarrow n=2.$	**2p**
	$m_a=\frac{3}{2};m_g=\sqrt{2}$	**1p**
	se aplică inegalitatea mediilor	**2p**
2.	$(a,b)=d\Rightarrow\begin{cases}a=d\cdot a_1\\ b=d\cdot a_2\end{cases},\ a_1,a_2\in\mathbb{N}^*$	**1p**
	$b>a\Rightarrow a_2>a_1\Rightarrow(\exists)r\in\mathbb{N},\ r\geq 1$ astfel încat $a_2-a_1=r\geq 1\Rightarrow d\cdot(a_2-a_1)\geq d\Rightarrow b-a\geq d$	**1p**
	$(a,b)\cdot[a,b]=a\cdot b$	**1p**
	$b-a\geq\frac{a\cdot b}{[a,b]}\Rightarrow\frac{b-a}{a\cdot b}\geq\frac{1}{[a,b]}\Rightarrow\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\geq\frac{1}{[a,b]}$	**2p**

	$\frac{1}{[a_1,a_2]} \le \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}$ $\frac{1}{[a_2,a_3]} \le \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3}$ $\vdots$ $\frac{1}{[a_{2010},a_{2011}]} \le \frac{1}{a_{2010}} - \frac{1}{a_{2011}}$ Însumând aceste relații, obținem:	**2p**
3.	**figura**	**1p**
	Din M mijlocul lui BC $\Rightarrow [BM] = [MC]$ și $m(\measuredangle BMP) = 90°$. În triunghiul dreptunghic BMP, m(P)= 60°, rezultă m(PBM) = 30° şi cum $[BP$ bisectoare, rezultă $m(\measuredangle ABC) = 60°$.	**1p**
	În triunghiul BPC, PM este şi înălțime şi mediatoare, deci triunghiul BPC este isoscel $\Rightarrow m(\measuredangle PBC) = m(\measuredangle PCB)$ și deci $m(\measuredangle PCB) = 30°$. $m(\measuredangle ACB) = m(\measuredangle ACP) + m(\measuredangle PCB) = 45° + 30° = 75^\circ$ $\Rightarrow m(\measuredangle BAC) = 45^\circ$.	**2p**
	În triunghiul AQC: $m(\measuredangle A) = 45° = m(\measuredangle ACQ)$, deci triunghiul AQC este isoscel $\Rightarrow$ $[AQ]=[CQ]$.	**1p**
	În triunghiul dreptunghic BPQ, $m(\measuredangle QPB) = 30^\circ \Rightarrow QP = \frac{BP}{2}$; $Dar\ [BP] \equiv [PC] \Rightarrow QP = \frac{PC}{2} \Rightarrow QP = \frac{QC}{3} \Rightarrow QP = \frac{AQ}{3}$ $[PM] \equiv [PQ] \Rightarrow PM = \frac{AQ}{3}$	**2p**
4.	**figura**	**1p**
	$PB \parallel CD \Rightarrow \triangle MBP \sim \triangle MCD \Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{BP}{CD} \Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{BP}{AB}, (1)$ $PA \parallel CD \Rightarrow \triangle ANP \sim \triangle CND \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AP}{CD} \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AP}{AB}, (2)$	**2p**
	Din (1) si $(2) \Rightarrow \frac{MB}{MD} + \frac{AN}{NC} = \frac{BP}{AB} + \frac{AP}{AB} = 1$.	**2p**

	$MB = MD - 2 \cdot OM$ $AN = NC - 2 \cdot ON$ $\frac{MB}{MD} + \frac{AN}{NC} = 1 \Leftrightarrow \frac{MD - 2 \cdot OM}{MD} + \frac{NC - 2 \cdot ON}{NC} = 1 \Leftrightarrow \frac{OM}{MD} + \frac{ON}{NC} = \frac{1}{2}$.	**2p**