Barem de corectare

CLASA a VIII-a

Subiectul 1.

a) Scrie $2\sqrt{2}(y-x) = x^2+y^2+3$ .... (2p)

$x^2+y^2+3 > 0,\ \forall x, y \in \mathbb{R}$ .... (1p)

$y-x > 0 \Rightarrow x < y$ .... (1p)

b) $x_1^2-a^2-2a\sqrt{x_1^2-a^2}+a^2 = \left(\sqrt{x_1^2-a^2}-a\right)^2$ ..... (1p)

$\left(\sqrt{x_1^2-a^2}-a\right)^2+\dots+\left(\sqrt{x_{2012}^2-a^2}-a\right)^2 = 0$ .... (1p)

$x_1^2 = 2a^2, \dots, x_{2012}^2 = 2a^2 \Rightarrow x_1, \dots, x_{2012} \in \{\pm a\sqrt{2}\}$ ....(1p)

Subiectul 2.

a) De exemplu $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 7\right) \in A$ .... (2p)

b) $a^2 = -6$ și finalizare .... (1p)

c) Obține $ab+ac+bc = 6$ .... (1p)

Reducere la absurd și obține $(a+b+c)^2 = 18$ ..... (2p)

$|a+b+c| = 3\sqrt{2}$ și $|a+b+c| \in \mathbb{Q}$. Contradicție! ....(1p)

Subiectul 3.

a) $\{P\} = CM \cap DN$. $\Delta DCN \equiv \Delta CBM \Rightarrow m(\sphericalangle CPN) = 90^\circ$ .....(2p)

$d(D', CM) = D'P$ (Justificare) .... (1p)

$CM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $DP = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ și $D'P = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$ .... (1p)

b) $$\left.\begin{array}{l} CM \perp DN \\ DD' \perp (ABC) \text{ și } CM \subset (ABC) \Rightarrow DD' \perp CM \\ DD', DN \subset (ABC),\ DD' \cap DN = \{D\} \end{array}\right| \Rightarrow CM \perp (D'DN) \text{...(3p)}$$

Subiectul 4.

a) OM mediană în ΔAOB, $OM = 6\sqrt{2}$ cm, $OA = \frac{AC'}{2} = 6\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$

$\Rightarrow 6\sqrt{2} \le OX \le 6\sqrt{3}$, $OX \in \mathbb{N} \Rightarrow OX \in \{9; 10\}$ ....(2p).

În ΔAOB sunt 4 „segmente magice" .... (1p)

Total $4 \cdot 12 = 48$ „segmente magice" .... (1p)

b) Principiul cutiei: Dacă pp. doar câte 5 segmente de ac. culoare $\Rightarrow$

$\Rightarrow 9 \times 5 = 45$ segmente. Fals! Finalizare .... (3p)