

Barem de corectare
CLASA a VIII-a

Subiectul 1.

a) Scrie $2\sqrt{2}(y-x) = x^2 + y^2 + 3$ (2p)

$x^2 + y^2 + 3 > 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$ (1p)

$y - x > 0 \Rightarrow x < y$ (1p)

b) $x_1^2 - a^2 - 2a\sqrt{x_1^2 - a^2} + a^2 = (\sqrt{x_1^2 - a^2} - a)^2$ (1p)

$(\sqrt{x_1^2 - a^2} - a)^2 + \dots + (\sqrt{x_{2012}^2 - a^2} - a)^2 = 0$ (1p)

$x_1^2 = 2a^2, \dots, x_{2012}^2 = 2a^2 \Rightarrow x_1, \dots, x_{2012} \in \{\pm a\sqrt{2}\}$ (1p)

Subiectul 2.

a) De exemplu $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 7) \in A$ (2p)

b) $a^2 = -6$ și finalizare (4p)

c) Obține $ab + ac + bc = 6$ (1p)

Reducere la absurd și obține $(a+b+c)^2 = 18$ (2p)

$|a+b+c| = 3\sqrt{2}$ și $|a+b+c| \in \mathbb{Q}$. Contradicție! (1p)

Subiectul 3.

a) $\{P\} = CM \cap DN, \triangle DCN \cong \triangle CBM \Rightarrow m(\angle CPN) = 90^\circ$ (2p)

$d(D', CM) = D'P$ (justificare) (1p)

$CM = \frac{a\sqrt{5}}{2}, DP = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ și $D'P = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$ (1p)

b) $CM \perp DN$
 $DD' \perp (ABC)$ și $CM \subset (ABC) \Rightarrow DD' \perp CM$ $\rightarrow CM \perp (DD'N)$ (3p)
 $DD', DN \subset (ABC), DD' \cap DN = \{D\}$

Subiectul 4.

a) OM mediană în $\triangle AOB$, $OM = 6\sqrt{2}$ cm, $OA = \frac{AC'}{2} = 6\sqrt{3}$ cm \Rightarrow
 $\Rightarrow 6\sqrt{2} \leq OX \leq 6\sqrt{3}, OX \in \mathbb{N} \Rightarrow OX \in \{9, 10\}$ (2p)

În $\triangle AOB$ sunt 4 "segmente magice" (1p)

Total $4 \cdot 12 = 48$ "segmente magice" (1p)

b) Principiul cutiei: Dacă pp. doar 5 segmente de ac. culoare \Rightarrow
 $\Rightarrow 9 \times 5 = 45$ segmente. Fals! Finalizare (3p)