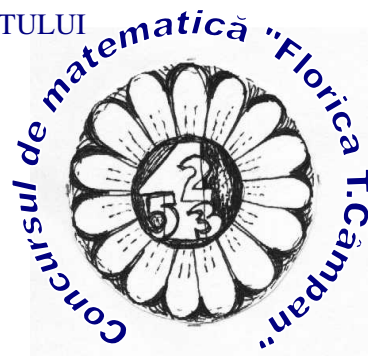


CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
**FLORICA T. CÂMPAN**  
ETAPA JUDEȚEANĂ, 24 MARTIE 2012



**Barem - Clasa a V-a**

1. Considerăm mulțimea  $A = \{x \mid x = 2^m \cdot 3^n, m, n \in \mathbb{N}\}$ .

- Găsiți două elemente din mulțimea  $A$  astfel încât produsul lor să fie pătrat perfect.
- Găsiți două elemente din mulțimea  $A$  astfel încât produsul lor să nu fie pătrat perfect.
- Arătați că din oricare cinci elemente ale mulțimii  $A$  putem alege două al căror produs este pătrat perfect.

**Barem de corectare.**

- a) Exemplu corect ..... 3p  
b) Exemplu corect ..... 3p  
c) Produsul  $a \cdot b$  este pătrat perfect atunci când 2 și 3 sunt la exponenți pari. .... 2p  
Dacă  $(m_k, n_k)$ ,  $k = \overline{1, 5}$  sunt exponenții celor cinci numere, avem posibilitățile (par, par), (par, impar), (impar, par), (impar, impar). .... 3p  
Cum sunt cinci numere și patru posibilități găsim cel puțin două perechi  $(m_i, n_i), (m_j, n_j)$ , având componentele de aceeași paritate, deci  $m_i + m_j$  este par,  $n_i + n_j$  este par. De aici, concluzia. .... 2p  
Baza ..... 2p

2. Pe tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 23, 48. Dan și Ana au șters fiecare câte patru numere și au observat că suma numerelor șterse de Dan este de patru ori mai mare decât suma numerelor șterse de Ana.

- Ce număr a rămas pe tablă?
- Ce numere a șters fiecare copil?

**Barem de corectare.**

- Dan șterge numerele  $a, b, c, d$ , Ana șterge numerele  $e, f, g, h$ , cu  $a + b + c + d = 4(e + f + g + h)$  .. 2p  
Suma numerelor este 109. .... 1p  
 $5(e + f + g + h) + x = 109$  ..... 2p  
 $x = 9$  ..... 1p  
 $e + f + g + h = 20, e < f < g < h$  ..... 2p  
 $e \geq 3$  imposibil ..... 2p  
 $e = 1, f + g + h = 19 \Rightarrow f = 2, g = 7, h = 10$  ..... 1p  
sau  $f = 3, g = 6, h = 10$  ..... 1p  
 $e = 2, f + g + h = 18$  imposibil ..... 1p  
Baza ..... 2p

**3.** Ionel și Vasile au cumpărat tricouri identice din două magazine. Fiecare a profitat de oferta promoțională a magazinului, încercând să obțină cel mai bun preț mediu pentru un tricou. Magazinul de unde a cumpărat Ionel avea oferta "2 + 1 gratis" (la două tricouri cumpărate primești încă unul gratis). Magazinul de unde a cumpărat Vasile avea oferta "3 + 1 gratis". Cei doi copii au constatat că au cheltuit aceeași sumă totală de bani și au în final același număr de tricouri.

a) Arătați că numărul de tricouri pe care le are în final fiecare copil este divizibil prin 12.

b) Aflați ce prețuri au afișat cele două magazine pentru un tricou, știind că la magazinul de unde a cumpărat Ionel prețul era cu 2 lei mai mare decât la magazinul de unde a cumpărat Vasile.

Ciprian Baghiu

**Barem de corectare.**

- a) Fie  $n$  numărul de tricouri cumpărate,  $n:3, n:4$  implică  $n:12$ . .....3p
- b) Ionel cumpără  $12k$  tricouri și plătește  $8k$  tricouri. ....2p
- Vasile cumpără  $12k$  tricouri și plătește  $9k$  tricouri. ....2p
- $x$  – prețul afișat la magazinul de unde cumpără Vasile,  $x + 2$  – prețul afișat la magazinul de unde cumpără Ionel. ....2p
- $8k(x + 2) = 9kx, x = 16$ . ....3p
- Concluzia: 16 lei și 18 lei. ....1p
- Baza. ....2p