MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI
ŞCOALA NR. 22 "B. P. HAŞDEU" IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
ETAPA JUDEȚEANĂ, 24 MARTIE 2012

Barem - Clasa a VII-a

1. *Se consideră* 40 *de cărți de joc: patru cu valoarea* 1*, patru cu valoarea* 2*, ..., patru cu valoarea* 10*. Toate cărțile se împart aleator, în mod egal, între doi jucători. Fără a se uita la cărți, pe rând, fiecare aşază câte o carte pe masă, cu fața în sus. Dacă la un moment dat unul dintre jucători observă pe masă câteva cărți cu suma* 15*, el poate elimina din joc acel grup de cărți. Câştigă cel care a eliminat mai multe astfel de grupe.*

Bianca şi Ioana joacă acest joc. Spre final, pe masă rămâne o singură carte, cu valoarea 9*. Bianca mai are în mână două cărți având valorile* 3 *şi* 5*, iar Ioana are în mână o singură carte. Ce valoare are cartea din mâna Ioanei?*

Dorel Luchian

Barem de corectare.

Suma numerelor scrise pe toate cărțile este $4(1+2+...+10)=220$ 3p

Din joc au fost eliminate n grupe de cărți cu suma 15, având valoarea totală $15n$ 3p

Avem că $9+3+5+x+15n=220$, unde x este numărul cărții din măna Ioanei 2p

Cum $x \le 10$, singura situație convenabilă este $x=8, n=13$, deci cartea din mâna Ioanei are valoarea 8. ....5p

Baza 2p

2. *Se consideră numerele raționale* $f_1=\dfrac{2x+1}{2y^2+5y+2}$ *și* $f_2=\dfrac{y+2}{3x-2}$, *unde* $x\in\mathbb{Z}, y\in\mathbb{Z}\setminus\{-2\}$.

a) Demonstrați că, dacă y este număr par, atunci f_1 *nu este număr întreg.*

b) Determinați numerele întregi x și y pentru care fracțiile f_1 *și* f_2 *sunt, simultan, numere întregi.*

Claudiu-Ştefan Popa

Barem de corectare.

a) $f_1 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2y^2+5y+2 \mid 2x+1$ 1p

y număr par implică $2 \mid 2y^2+5y+2$ 2p

$2 \mid 2x+1$ în contradicție cu $2x + 1$ număr impar, implică $f_1 \notin \mathbb{Z}$ 2p

b) $2y^2+5y+2=(2y+1)(y+2)$ 1p

$f_2 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3x-2 \mid y+2 \Rightarrow 3x-2 \mid (y+2)(2y+1)$ 2p

$f_1 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (y+2)(2y+1) \mid 2x+1$ 1p

$3x-2|7 \Rightarrow x \in \{1;3\}$ 1p

$x=1 \Rightarrow y=-1$ și $(1;-1)$ este soluție 2p

Pentru $x=3$ nu avem soluție 1p

Baza 2p

3. *Se consideră trapezul ABCD cu baza mare (AB). Punctul E aparține laturii (AD) astfel încât* $(AE) \equiv (CD)$. *Paralela la dreapta AD prin punctul de intersecție a diagonalelor trapezului intersectează dreapta BE în punctul F. Demonstrați că (AF este bisectoarea interioară a unghiului BAD.*

Claudiu-Ștefan Popa

Barem de corectare.

Notăm $AC \cap BD = \{O\}$.

$OF \parallel DE$. Se aplică teorema lui Thales în ΔBED şi rezultă că $\frac{EF}{BF} = \frac{DO}{BO}$. 5p

$\Delta COD \sim \Delta AOB \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{CD}{AB}$ 4p

$\frac{EF}{BF} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow$ (AF este bisectoarea unghiului *BAD*. 4p

Baza. 2p