



INSPECTORATUL SCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
ȘCOALA CU CLASELE I-VIII, NR. 56 - JOSE MARTI – BUCUREȘTI
C oncursul Interjudețean de Matematică al Școlii cu clasele I-VIII nr. 56 “Jose Marti”
Ediția a X-a, 04.02.2012

Clasa a VII-a

- a) Calculați suma $S = +1 + 2 + 3 - 4 - 5 + 6 + 7 + 8 - 9 - 10 + \dots - 525$. (trei “+” consecutivi sunt urmați de doi “-” consecutivi)

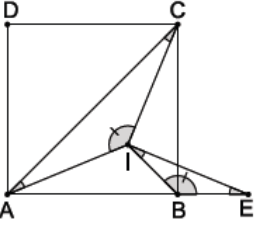
b) Să se arate că, oricare ar fi patru numere naturale consecutive, cel puțin unul dintre ele nu poate fi scris sub forma $3m^2 + mn + 3n^2$, unde $m, n \in \mathbb{Z}$.
- a) Se știe că $a \in A = \{1; 2; \dots; 99\}$. Media aritmetică a elementelor din mulțimea $A \setminus \{a\}$ este un număr natural. Determinați valorile posibile ale lui a .

b) Determinați toate perechile de numere întregi $(a; b)$ care verifică egalitatea $ab + a - 3b = 5$.
3. Se consideră mulțimea $M = \{1; 2; 3; \dots; 25\}$. Calculați probabilitatea ca, extrăgând la întâmplare două numere a și b din mulțimea M , cel puțin una dintre ecuațiile $ax + b = 0$ sau $bx + a = 0$ are ca soluție un număr întreg.
4. Se consideră rombul $ABCD$. Punctul I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Dacă $AB + BI = AC$, arătați că patrulaterul $ABCD$ este pătrat.

SUCCES!

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
- Timp de lucru efectiv : 3 ore.

<p>4.</p>		<p>Considerăm punctul E pe semidreapta $[AB$ cu $B \in (AE)$ astfel încât $BE = BI$. Prin urmare, triunghiul BIE este isoscel cu $\widehat{BIE} \equiv \widehat{IEB}$. (1)</p> <p>Avem $\triangle AIE \equiv \triangle AIC$ (L.U.L.), deci $\widehat{IEB} \equiv \widehat{ICA}$. (2)</p> <p>Din (1) și (2), obținem $\triangle IBE \sim \triangle AIC$.</p> <p>Prin urmare,</p> $m(\widehat{IBE}) = m(\widehat{AIC}) = 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot m(\widehat{ABC}) = 90^\circ + m(\widehat{IBC}).$ <p>Dar $m(\widehat{IBE}) = m(\widehat{IBC}) + m(\widehat{CBE})$, rezultă $m(\widehat{CBE}) = 90^\circ$, deci $ABCD$ este pătrat.</p>	<p>1p 1p 1p 2p 1p 1p</p>
-----------	-----------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------