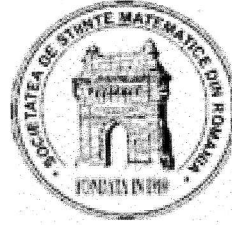




INSPECTORATUL
ȘCOLAR AL
JUDEȚULUI
VÂLCEA



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2012
CLASA A IX- A**

SUBIECTUL I

a) Demonstrați că $\frac{n^2 - n - 1}{n!} = \frac{1}{(n-2)!} - \frac{1}{n!}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

b) Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, $\sum_{k=2}^n \frac{k^2 - k - 1}{k!} < 2$.

prof. Vărzaru Gabriela, prof. Pigui Tiberiu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL II

a) Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Arătați că $\overrightarrow{AI} = \frac{b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}}{a + b + c}$, unde $a = BC, b = AC, c = AB$.

b) În triunghiul ABC se consideră bisectoarele AA', BB', CC' . Dacă $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$, arătați că triunghiul ABC este echilateral.

prof. Vărzaru Gabriela, prof. Pigui Tiberiu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL III

a) Arătați $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}, \forall x, y \in \mathbb{R}$ și $a, b > 0$.

b) Arătați că $\frac{x}{2y+4z} + \frac{y}{x+5z} + \frac{9z}{5x+4y} \geq 1$, pentru orice numere $x, y, z > 0$.

(G.M. nr 1/2011)

SUBIECTUL IV

a) Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ cu $x_n = 1 + \left[\frac{2^{p+2} + 2^2 + 1}{2^{p+1}} \right] + \left[\frac{3^{p+2} + 3^2 + 1}{3^{p+1}} \right] + \dots + \left[\frac{n^{p+2} + n^2 + 1}{n^{p+1}} \right]$,

unde $p \in \mathbb{N}^*$, iar $[x]$ reprezintă partea întregă a numărului real x . Arătați că

$$x_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

b) Dacă $(a_n)_{n \geq 1}$ este un șir de numere reale cu proprietatea că suma primilor n termeni ai săi este $S_n = \frac{6x_n}{n+1}$, arătați că $(a_n)_{n \geq 1}$ este progresie aritmetică.

Prof. Ureche Ion, Colegiul Tehnic Energetic

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte

Toate subiectele sunt obligatorii