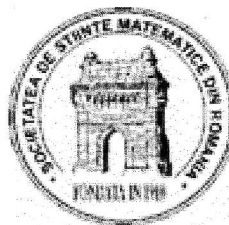




INSPECTORATUL  
ȘCOLAR AL  
JUDEȚULUI  
VÂLCEA



SOCIETATEA  
DE ȘTIINȚE  
MATEMATICE  
DIN ROMÂNIA

**SUBIECTUL III**

Pe planul pătratului  $ABCD$  cu  $AB=a$  cm se ridică în  $A$  perpendiculara  $AM=a$  cm. Considerăm  $N$  mijlocul segmentului  $[DC]$ .

- Aflați lungimea segmentului  $MN$ .
- Calculați distanța de la  $M$  la  $BN$ .
- Dacă  $AL \perp MB$  și  $AP \perp MD$ , unde  $L \in MB, P \in MD$ , demonstrați că  $MC \perp (APL)$ .

Prof. Delia Badea, Școala „Take Ionescu”

Soluție: a) Se calculează  $AN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$  cm și  $MN = \frac{3a}{2}$  cm.....2p

b) Ducem  $AQ \perp BN$ ,  $NS \perp AB$ ,  $BN=AN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$  cm și aplicând formula ariei pentru  $\triangle ANB$  isoscel se obține  $AQ = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$  cm și  $MQ = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$ .....3p

c) Se arată  $AL \perp (MBC) \Rightarrow AL \perp MC$   
 $AP \perp (MDC) \Rightarrow AP \perp MC$ .

Deci

$MC \perp (APL)$ .....2p

**SUBIECTUL IV**

Se dă tetraedrul  $ABCD$  și  $M \in \text{Int} \triangle ADB$  astfel ca  $MC \perp AB$  și  $DA^2 + MB^2 = DB^2 + MA^2$ . Arătați că  $AB \perp DC$ .

Rezolvare :  $DA^2 - DB^2 = MA^2 - MB^2 \Rightarrow DA^2 - DB^2 = MA^2 - MB^2$  (1).....1p

În  $\square DAB$  ducem  $DP \perp AB$  și  $MN \perp AB$  cu  $P, N \in (AB)$

$\Rightarrow DA^2 = DP^2 + AP^2, DB^2 = DP^2 + BP^2$  iar  $MA^2 = MN^2 + AN^2, MB^2 = MN^2 + NB^2 \} \Rightarrow \dots$ 2p

$\Rightarrow DA^2 - DB^2 = AP^2 - BP^2 = AB \cdot (AP - PB)$  (2) iar .....

$MA^2 - MB^2 = AN^2 - BN^2 = AB \cdot (AN - BN)$  (3)

2p

Din (1),(2),(3)

$\Rightarrow AP - BP = AN - BN \Rightarrow AB - 2BP = AB - 2BN \Rightarrow BP = BN \Rightarrow N = P \Rightarrow D, M, N$  - coliniare

$\Rightarrow DM \perp AB$

Cum  $MC \perp AB \Rightarrow AB \perp (DMC) \Rightarrow AB \perp CD$  .....2p

Prof. Dragoș Constantinescu, Gr. Șc. Ind. G-ral Magheru