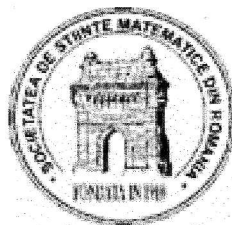




INSPECTORATUL
ȘCOLAR AL
JUDEȚULUI
VÂLCEA



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

SUBIECTUL III

Pe planul pătratului $ABCD$ cu $AB=a$ cm se ridică în A perpendiculara $AM=a$ cm. Considerăm N mijlocul segmentului $[DC]$.

- Aflați lungimea segmentului MN .
- Calculați distanța de la M la BN .
- Dacă $AL \perp MB$ și $AP \perp MD$, unde $L \in MB, P \in MD$, demonstrați că $MC \perp (APL)$.

Prof. Delia Badea, Școala „Take Ionescu”

Soluție: a) Se calculează $AN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ cm și $MN = \frac{3a}{2}$ cm.....2p

b) Ducem $AQ \perp BN$, $NS \perp AB$, $BN=AN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ cm și aplicând formula ariei pentru $\triangle ANB$ isoscel se obține $AQ = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ cm și $MQ = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$3p

c) Se arată $AL \perp (MBC) \Rightarrow AL \perp MC$
 $AP \perp (MDC) \Rightarrow AP \perp MC$.

Deci

$MC \perp (APL)$2p

SUBIECTUL IV

Se dă tetraedrul $ABCD$ și $M \in \text{Int} \triangle ADB$ astfel ca $MC \perp AB$ și $DA^2 + MB^2 = DB^2 + MA^2$. Arătați că $AB \perp DC$.

Rezolvare : $DA^2 - DB^2 = MA^2 - MB^2 \Rightarrow DA^2 - DB^2 = MA^2 - MB^2$ (1).....1p

În $\square DAB$ ducem $DP \perp AB$ și $MN \perp AB$ cu $P, N \in (AB)$

$\Rightarrow DA^2 = DP^2 + AP^2, DB^2 = DP^2 + BP^2$ iar $MA^2 = MN^2 + AN^2, MB^2 = MN^2 + NB^2 \} \Rightarrow \dots$ 2p

$\Rightarrow DA^2 - DB^2 = AP^2 - BP^2 = AB \cdot (AP - PB)$ (2) iar

$MA^2 - MB^2 = AN^2 - BN^2 = AB \cdot (AN - BN)$ (3)

2p

Din (1),(2),(3)

$\Rightarrow AP - BP = AN - BN \Rightarrow AB - 2BP = AB - 2BN \Rightarrow BP = BN \Rightarrow N = P \Rightarrow D, M, N$ - coliniare

$\Rightarrow DM \perp AB$

Cum $MC \perp AB \Rightarrow AB \perp (DMC) \Rightarrow AB \perp CD$ 2p

Prof. Dragoș Constantinescu, Gr. Șc. Ind. G-ral Magheru