SUBIECTUL III

Pe planul pătratului $ABCD$ cu AB=a cm se ridică în A perpendiculara AM= a cm. Considerăm N mijlocul segmentului [DC].

a) Aflați lungimea segmentului MN.

b) Calculați distanța de la M la BN.

c) Dacă $AL \perp MB$ și $AP \perp MD$, unde L$\in MB, P \in MD$, demonstrați că $MC \perp (APL)$.

Prof. Delia Badea , Şcoala „Take Ionescu”

Soluție: a) Se calculează AN=$\frac{a\sqrt{5}}{2}$cm şi MN=$\frac{3a}{2}$cm...2p

b) Ducem AQ⊥BN , NS ⊥AB , BN=AN=$\frac{a\sqrt{5}}{2}$ cm şi aplicând formula ariei pentru ΔANB isoscel se obține AQ=$\frac{2a\sqrt{5}}{5}$cm şi MQ=$\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.............................3p

c) Se arată $AL \perp (MBC) \Rightarrow AL \perp MC$

$AP \perp (MDC) \Rightarrow AP \perp MC.$

Deci

$MC \perp (APL)$...2p

SUBIECTUL IV

Se dă tetraedrul $ABCD$ şi $M \in Int\Delta ADB$ astfel ca $MC \perp AB$ şi $DA^2 + MB^2 = DB^2 + MA^2$. Arătați că $AB \perp DC$.

Rezolvare : $DA^2 - DB^2 = MA^2 - MB^2 \Rightarrow DA^2 - DB^2 = MA^2 - MB^2$ (1)..........................1p

În □DAB ducem DP$\perp$AB şi MN $\perp$ AB cu P, N $\in$ (AB)

$\Rightarrow DA^2 = DP^2 + AP^2, DB^2 = DP^2 + BP^2$ *iar* $MA^2 = MN^2 + AN^2, MB^2 = MN^2 + NB^2\} \Rightarrow$ 2p

$\Rightarrow DA^2 - DB^2 = AP^2 - BP^2 = AB\cdot(AP - PB)(2)$ *iar* ....

$MA^2 - MB^2 = AN^2 - BN^2 = AB\cdot(AN - BN)(3)$

2p

Din (1),(2),(3)

$\Rightarrow AP - BP = AN - BN \Rightarrow AB - 2BP = AB - 2BN \Rightarrow BP = BN \Rightarrow N = P \Rightarrow D, M, N - coliniare$

$\Rightarrow DM \perp AB$

Cum $MC \perp AB \Rightarrow AB \perp (DMC) \Rightarrow AB \perp CD$ 2p

Prof. Dragoş Constantinescu, Gr. Şc. Ind. G-ral Magheru