

a) Fie $x = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{15} + \sqrt{21}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$, să se determine cel mai mare număr întreg mai mic decât x .

b) Determinați numărul natural \overline{ab} în baza 10, astfel încât să avem $\sqrt{ab} + \sqrt{ab+7} \in \mathbb{N}$

Soluție

$$\begin{aligned} \text{a) } x &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{15} + \sqrt{21}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{15} + \sqrt{21}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} = \\ &= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}) + \sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6})}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6})(1 + \sqrt{3})}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} = (1 + \sqrt{3}) \dots 2p \end{aligned}$$

Finalizare $[x] = 2 \dots 2p$

b) Notăm $p = \sqrt{ab} + \sqrt{ab+7}$

$p \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \overline{ab} + 7$ pătrat perfect, deci avem $17 \leq \overline{ab} + 7 \leq 106 \dots 1p$

Deci $\overline{ab} + 7 \in \{25, 36, 49, 81, 64, 100\} \Rightarrow \overline{ab} \in \{18, 29, 42, 57, 74, 93\} \dots 1p$

Finalizare $\overline{ab} = 42 \dots 1p$

Subiectul 3

În triunghiul ABC fie G centrul său de greutate și M mijlocul segmentului [BC]. Notăm cu D, E, F, P, N picioarele perpendicularelor duse din A, B, C, G respectiv M pe o dreaptă oarecare d. Știind că AD=10 cm, BE=3 cm și CF=5 cm, calculați lungimile segmentelor [MN] și [GP].

Prof. Constantin Bărăscu, Rm. Vâlcea

Soluție

