OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2012
CLASA A XII- A
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & a & a & b \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix} \middle| a,b \in \Re, a \neq 0 \right\}$. Să se demonstreze că mulțimea M înzestrată cu operația de înmulțire a matricelor formează un grup abelian.

prof. Florentina Dicu, prof. Dr. Pană Cătălin, Rm Vâlcea

Rezolvare:

Notăm $A(a,b) = \begin{pmatrix} a & a & a & b \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$. Atunci $A(a_1,b_1) \cdot A(a_2,b_2) = A(a_1a_2, a_1b_2 + 2a_1a_2 + a_2b_1)$................2p

Asociativitate...1p

Comutativitate..1p

Element neutru $A(1,-2)$..1p

Fiecare element are simetricul său $(A(a,b))' = A\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a}\left(-\frac{b}{a} - 4\right)\right), a \neq 0$ 2p