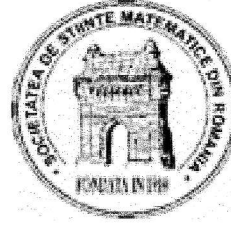




INSPECTORATUL  
ȘCOLAR AL  
JUDEȚULUI  
VÂLCEA



SOCIETATEA  
DE ȘTIINȚE  
MATEMATICE  
DIN ROMÂNIA

## SUBIECTUL IV

Fie  $(G, \cdot)$  un grup finit de ordin impar și  $H$  un subgrup de ordin 3 al lui  $G$ . Știind că  $xyx^{-1} \in H, (\forall)x \in G, (\forall)y \in H$ , să se arate că elementele lui  $H$  comută cu elementele lui  $G$ .

Gazeta Matematică

### Rezolvare

$$\text{ord}H = 3 \Rightarrow (\exists)a \in G, a \neq e \text{ a.î. } H = \{e, a, a^2\}$$

Fie  $x \in G \Rightarrow xax^{-1} \in H$  .....1p

1.  $xax^{-1} = e \Rightarrow xa = x \Rightarrow a = e$  (F) .....1p

2.  $xax^{-1} = a^2 \Rightarrow a = x^{-1}a^2x \Rightarrow a = x^{-1}(x^{-1}a^2x)x = x^{-3}a^2x^3 \Rightarrow \text{ind} \Rightarrow a = x^{-2k-1}a^2x^{2k+1}, (\forall)k \geq 1$  .....2p

Cum  $|G|$  impar, atunci  $(\exists)k \geq 1$  cu  $|G| = 2k + 1$

Din  $x^{2k+1} = e \Rightarrow a = a^2$  (F) .....2p

3.  $xax^{-1} = a \Rightarrow xa = ax$  .....1p