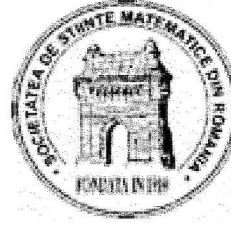




INSPECTORATUL
ȘCOLAR AL
JUDEȚULUI
VÂLCEA



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

SUBIECTUL IV

Fie (G, \cdot) un grup finit de ordin impar și H un subgrup de ordin 3 al lui G . Știind că $xyx^{-1} \in H, (\forall)x \in G, (\forall)y \in H$, să se arate că elementele lui H comută cu elementele lui G .

Gazeta Matematică

Rezolvare

$$\text{ord}H = 3 \Rightarrow (\exists)a \in G, a \neq e \text{ a.î. } H = \{e, a, a^2\}$$

Fie $x \in G \Rightarrow xax^{-1} \in H$ 1p

1. $xax^{-1} = e \Rightarrow xa = x \Rightarrow a = e$ (F)1p

2. $xax^{-1} = a^2 \Rightarrow a = x^{-1}a^2x \Rightarrow a = x^{-1}(x^{-1}a^2x)x = x^{-3}a^2x^3 \Rightarrow \text{ind} \Rightarrow a = x^{-2k-1}a^2x^{2k+1}, (\forall)k \geq 1$ 2p

Cum $|G|$ impar, atunci $(\exists)k \geq 1$ cu $|G| = 2k + 1$

Din $x^{2k+1} = e \Rightarrow a = a^2$ (F)2p

3. $xax^{-1} = a \Rightarrow xa = ax$ 1p