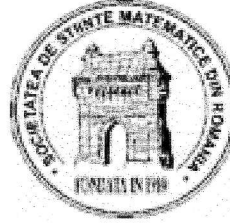




INSPECTORATUL
ȘCOLAR AL
JUDEȚULUI
VÂLCEA



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2012
BAREM DE CORECTARE
CLASA A X-A**

SUBIECTUL I

Fie $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ o funcție cu proprietatea $(f \circ f)(x) = x^2, \forall x \in (0, \infty)$. Să se arate că:

- a) f este bijectivă;
- b) $\sqrt{f(x)} = f(\sqrt{x}), \forall x \in (0, \infty)$.

Soluție:

a) Deoarece funcția $h : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), h(x) = x^2$ este bijectivă rezultă că $f \circ f$ este bijectivă .. 1p

Din $f \circ f$ este bijectivă rezultă că f este injectivă și surjectivă, deci bijectivă 1p

b) Din faptul că f este bijectivă rezultă că $f(x) > 0, \forall x > 0$ 1p

$(f \circ f)(f(x)) = f^2(x), \forall x \in (0, \infty) \Leftrightarrow f((f \circ f)(x)) = f^2(x), \forall x \in (0, \infty)$ 1p

$\Leftrightarrow f(x^2) = f^2(x), \forall x \in (0, \infty)$ 1p

Înlocuind pe x cu \sqrt{x} obținem $f(x) = f^2(\sqrt{x}), \forall x \in (0, \infty)$ 1p

Deci $\sqrt{f(x)} = f(\sqrt{x}), \forall x \in (0, \infty)$ 1p