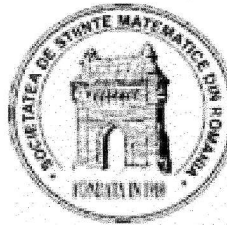




INSPECTORATUL  
ȘCOLAR AL  
JUDEȚULUI  
VÂLCEA



SOCIETATEA  
DE ȘTIINȚE  
MATEMATICE  
DIN ROMÂNIA

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 11.02.2012  
CLASA A X-A**

**SUBIECTUL I**

Fie  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  o funcție cu proprietatea  $(f \circ f)(x) = x^2, \forall x \in (0, \infty)$ . Să se arate că:

- $f$  este bijectivă;
- $\sqrt{f(x)} = f(\sqrt{x}), \forall x \in (0, \infty)$ .

Prof. Maria Vasilescu, Rm. Vâlcea

**SUBIECTUL II**

- Să se demonstreze că dacă  $a, b, c \in (0, 1)$  sau  $a, b, c \in (1, \infty)$  atunci  $(n + \log_a b)(n + \log_b c)(n + \log_c a) \geq (n + 1)^3$

- Să se rezolve în  $\mathbf{R}$  ecuația  $\log_{2012} \left( \frac{x^2}{16} + 2011 \right) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2}$ .

Prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea  
Prof. dr. Cătălin Pană, Rm. Vâlcea

**SUBIECTUL III**

Fie  $z_1, z_2$  numere complexe de același modul și fie  $a$  un număr real,  $a > 1$ . Să se arate că:

$$(a+1)|z_1 + z_2| \leq 2|az_1 + z_2|.$$

Prof. Marin Chirciu, G.M. nr.7,8,9/2011

**SUBIECTUL IV**

Să se arate că dacă între unghiurile unui triunghi există relația  $2A + 3B = 180^\circ$ , atunci între laturile sale există inegalitatea  $4(a+b) \leq 5c$ .

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte

Toate subiectele sunt obligatorii