OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALĂ

18 februarie 2012

Clasa a - IX – a

SUBIECTUL 1

Să se afle cel mai mic număr real x astfel încât $[x] = -20\{x\}$, unde $[x]$ şi $\{x\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului x.

Prof. Manuela Stroie, prof. Iulian Stroie

SUBIECTUL 2

Fie $A_n = \{x \in R : |x-n| + |x+n| \le 2n\}, n \in R$.

a) Să se determine mulțimea A_n.

b) Să se determine $A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{100}$

Prof. Aurelia Stanciu

SUBIECTUL 3

Fie a , b , c numere reale pozitive , astfel încât $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Arătați că :

$$\frac{1}{1+ab} + \frac{1}{1+bc} + \frac{1}{1+ac} \ge 1$$

Prof. Florin Nicolaescu

SUBIECTUL 4

Triunghiul ABC are latura AB egală cu 1. Ştiind că unghiurile A şi B au 15, respectiv 60 de grade, determinați lungimile celorlalte laturi fără, a utiliza trigonometria.

G.M. (Supliment cu exerciții – Aprilie 2011)

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALĂ

18 februarie 2012

Clasa a - X – a

SUBIECTUL 1

Să se rezolve ecuația $4^x + 2 \cdot 6^x + 9^x + 25^x = 2 \cdot 10^x + 2 \cdot 15^x$

Prof. Manuela Stroie, prof. Iulian Stroie

SUBIECTUL 2

Să se rezolve ecuația :

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(|x|+1\right)+\left(x^2+2\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3}=0$$

Prof. George Netu – Lic. “Tudor Vladimirescu”

SUBIECTUL 3

Fie a,b$\in C$ astfel încât a,b $\in$ { - 1; 1} şi $x_n = a^n + b^n, \forall n \in N$. Să se arate că $\left(x_{2n}+x_{8n}\right)\left(x_{3n}+x_{5n}\right)=\left(x_n+x_{7n}\right)\left(x_{4n}+x_{6n}\right)$, pentru orice $n \in N$.

G.M. Nr 1/2011

SUBIECTUL 4

Dacă a , b , c sunt dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic cu diagonala de lungime 1 , să se arate că :

$$a \ln a + b \ln b + c \ln c + (a + b + c) \ln(a + b + c) \leq 0 .$$

Prof. Florin Nicolaescu

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.ro
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ

18 februarie 2012

Clasa a - XI – a

SUBIECTUL 1

Fie matricea $A \in M_2(R)$ cu proprietatea $A^{2012} = O_2$. Arătați că $A^{2011} = O_2$.

Prof. Manuela Stroie, prof. Iulian Stroie

SUBIECTUL 2

Fie $A, B \in M_2(R)$ astfel încât $\det(A^2 + B^2) = 0$. Să se arate că $\det(A + B)$ = det A + det B .

Prof. Florin Nicolaescu

SUBIECTUL 3

Ştiind că există , este finită şi nenulă , să se calculeze :

$$\lim_{n\to\infty}\left(a\sqrt[n]{n} + b\right)^{\frac{n}{\ln n}}$$

G.M. Nr. 2/ 2011

SUBIECTUL 4

Se consideră funcția $f : R\setminus\{-1\} \to R$, $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + 2x + 1}$; a∈ R şi şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ cu termenul general $a_n = f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot\ldots\cdot f(n)$

a) Exprimați a_n sub o formă mai simplă.

b) Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2a_1} + \dfrac{1}{3a_2} + \ldots + \dfrac{1}{(n+1)a_n}\right)$

Prof. Aurelia Stanciu

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

Str. Ecaterina Teodoroiu nr. 8B,
230053, Slatina, jud. Olt
Tel: 0249 410927
Fax: 0249 412801
http//:isjolt.ot.edu.ro
e-mail: secretariat@isjolt.ot.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALĂ
18 februarie 2012
Clasa a - XII – a

SUBIECTUL 1

Sa se arate ca $2^{32}+1 \equiv 0 \pmod{641}$.

Prof. Radulescu Valentin

SUBIECTUL 2

Să se arate că :

a) Pe mulțimea G = (-1 ; 1) se poate defini operația algebrică

$$x * y = \frac{x+y}{1+xy}$$

iar (G ; *) este un grup abelian .

b) Funcția f : (-1 ; 1) → R , $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ este un izomorfism între grupul (G ; *) şi grupul (R ; +).

c) Grupul (G ; *) nu este izomorf cu grupul (R^*; $\cdot$).

***

SUBIECTUL 3

Fie $f : R \to R$ o funcție continuă cu proprietatea :

$$\int_o^1 f(nax)dx = 0 \ , \ \forall n \in N \ \text{ şi } \ a \in R^* .$$

Arătați că f este identic nulă.

Prof. Chiriță Aurel C.N.I.Minulescu

SUBIECTUL 4

Să se calculeze : $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{1}{1+\sin\sqrt{x}+\cos\sqrt{x}}dx$

G.M. Nr. 4/2011

NOTĂ :
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.