



**OLIMPIADA DE MATEMATICA  
FAZA LOCALA**

18 februarie 2012

Clasa a V-a

**SUBIECTUL 1**

Determinați numerele naturale  $a, b, c$  astfel încât  $5^a \cdot 2^{2a+1} + 2 \cdot \overline{ab} + 5 \cdot 2^c = 863$ .

**Prof. Gheorghe ȘTEFANA**

**SUBIECTUL 2**

a) Fie  $x, y$  numere naturale astfel încât  $4x + 5y = 61$ .

Determinați suma dintre cea mai mică și cea mai mare valoare a produsului  $x \cdot y$ .

**Prof. Iuliana TRĂȘCĂ**

b) Să se determine numerele naturale nenule care împărțite la 6 dau câtul  $x$  și restul  $y$ , iar împărțite la 11 dau câtul  $y$  și restul  $x$ .

**Prof. Valentin RĂDULESCU**

**SUBIECTUL 3**

30 de elevi ai unei clase participă la un concurs de matematică și obțin 150 de puncte.

Elevii sunt împărțiți în 3 grupe inegale numeric. Știind că în prima grupă se obțin câte 15 puncte pentru fiecare elev, în a doua câte 6 puncte, iar în a treia câte 2 puncte, aflați câți elevi erau în fiecare grupă. Câte posibilități există ?

**Prof. Bogdan BĂBĂRELU**

**SUBIECTUL 4**

Numerele naturale  $a, b, c, d$  verifică relația:  $2^{a+b} + 2^{b+c} + 2^{c+d} + 2^{d+a} = 25$

Calculați  $a + b + c + d$ .

**Gazeta Matematică**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

OLIMPIADA DE MATEMATICA  
FAZA LOCALA

18 februarie 2012

Clasa a VI-a

**SUBIECTUL 1**Dacă  $x, y, z \in \mathbb{N}^*$  și  $16x-6y=80z$ , arătați că  $72/y \cdot (7x+3y-8z)$ **Prof. Dumitra ȘTEFĂNESCU****SUBIECTUL 2**Să se determine numerele  $\overline{abc}$  știind că sunt verificate simultan condițiile:  
 $ac - ab = 3, bc - ba = 8$  și  $a < b < c$ **Prof. Ion NEAȚĂ****SUBIECTUL 3**Fie unghiurile  $\angle AOB$  și  $\angle BOC$  adiacente cu  $m(\angle AOB)=120^0$ , iar unghiul  $\angle BOC$  ascuțit.a) Arătați că măsura unghiului determinat de bisectoarele unghiurilor  $\angle AOC$  și  $\angle BOC$  este constantă.b) Dacă  $[OC$  și  $[OD$  semidrepte opuse, iar  $\frac{m(\angle BOC)}{m(\angle AOD)} = \frac{3}{2}$ , calculați măsurile unghiurilor  $\angle BOC$ ,  $\angle AOD$  și  $\angle BOD$ .**Prof. Victoria NEGRILĂ****SUBIECTUL 4**Se consideră două unghiuri adiacente  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  de măsuri  $108^0$ , respectiv  $68^0$ .Semidreptele  $[OM, [ON, [OP$  sunt bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC$ , respectiv  $\sphericalangle MON$ . Pe semidreapta opusă lui  $[OP$  se considera punctul  $P'$ , iar în interiorul unghiului  $\sphericalangle AOP'$  alegem un punct  $B'$ , astfel încât  $m(\sphericalangle B'OP') = 10^0$ .Demonstrați că punctele  $B, O, B'$  sunt coliniare.**Gazeta Matematică**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.


**OLIMPIADA DE MATEMATICA  
 FAZA LOCALA**

18 februarie 2012

Clasa a VII-a

**SUBIECTUL 1**

Numerele  $x$  și  $y$  sunt raționale pozitive și  $y > x$ .

a) Să se demonstreze că:  $\frac{1}{x} > (\sqrt{x \cdot y})^{-1} > \frac{1}{y}$ .

b) Să se arate că:  $\frac{1}{2} < (2\sqrt{5})^{-1} + \left(\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)^{-1} + \frac{1}{\sqrt{42}} < \frac{5}{8}$

**Prof. Aurelia STANCIU, ISJ Olt**

**SUBIECTUL 2**

Bisectoarea unui unghi al unui triunghi formează cu latura opusă unghiului două unghiuri ale căror măsuri sunt invers proporționale cu 0,25 și 0,2.

Știind că raportul măsurilor celorlalte două unghiuri ale triunghiului inițial este egal cu 7/11, stabiliți natura triunghiului.

**Prof. Gheorghe ȘTEFANA**

**SUBIECTUL 3**

Fie un paralelogram ABCD de arie  $32 \text{ cm}^2$ . Fie  $E \in (AB)$  astfel încât  $AE = 3BE$  și

$M \in (BC)$  mijloc.

Dreapta EM intersectează AD în T și DC în F. Calculați aria triunghiului ATE.

**Prof. Nicolae BIVOL**

**SUBIECTUL 4**

Pentru  $n$  număr natural nenul notăm cu  $P_n$  produsul divizorilor naturali ai numărului  $n$ .

Determinați  $n$  cu proprietatea ca  $P_n = 6^{1575}$ .

**Gazeta matematica**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.

**OLIMPIADA DE MATEMATICA  
 FAZA LOCALA**

18 februarie 2012

Clasa a VIII-a

**SUBIECTUL 1**

- a) Arătați că numerele  $x$  și  $\sqrt{x^8 + 3x^4 + 3}$  nu pot fi simultan întregi.
- b) Determinați numărul natural  $n$ , astfel încât numărul  $\sqrt{n^4 + n^2 + 26}$  să fie natural.

**Prof. Delia Ileana NAIDIN-BASCH, ISJ Olt****SUBIECTUL 2**Numerele reale  $a, b, c$  satisfac simultan relațiile:

$$(a - \sqrt{2012}) \cdot (a + \sqrt{2012}) + \sqrt{2010} \cdot b \cdot (2 \cdot a + \sqrt{2010} \cdot b) = 2011 \cdot c^2 \text{ și}$$

$$a + \sqrt{2010} \cdot b + \sqrt{2011} \cdot c = 1006. \text{ Demonstrați că } a + \sqrt{2010} \cdot b - \sqrt{2011} \cdot c \text{ este număr prim.}$$

**Prof. Iuliana TRĂȘCĂ****SUBIECTUL 3**Fie ABCD un pătrat iar punctele  $M, N \in (ABC)$  situate de aceeași parte a planului, astfel încât  $AM \perp (ABC)$  și  $NC \perp (ABC)$  cu  $AM = 8$  cm,  $AC = CN = 12$  cm,  $\{O\} = AC \cap BD$ . Se cere:

- Aria triunghiului  $\triangle NOM$ .
- Distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $BD$ .
- $BD \perp (AMC)$ .
- Tangenta unghiului format de dreapta  $MN$  cu planul  $(ABC)$ .
- O funcție trigonometrică a unghiului dintre planele  $(MBD)$  și  $(BON)$

**Prof. Victoria NEGRILĂ****SUBIECTUL 4**Pe planul pătratului ABCD se construiește perpendiculara SA, astfel încât  $SA = AB = a$ .

- Arătați că  $BD \perp SC$ .
- Calculați distanța dintre dreptele  $BD$  și  $SC$ .
- Dacă  $M$  este mijlocul laturii  $CD$ , determinați distanța de la punctul  $S$  la dreapta  $BM$ .

**Gazeta matematica**

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.