Olimpiada Naţională de Matematică

Faza Zonală - 11 februarie 2012

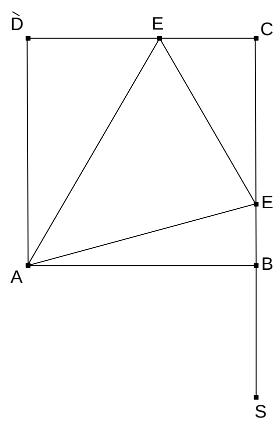
Clasa a VII-a - barem

1.	**a)**	Avem $a=kx$, $b=ky$ şi $c=kz$ de unde se verifică relaţia $b=\dfrac{a+c}{2}$	**5p**
	b)	Fiecare membru este egal cu $k(2x+y+3z)(3x+4y+5z)$	**5p**

2.	**a)**	Se obţin soluţiile $(3,6)$, $(6,3)$ şi $(4,4)$	**6p**
	b)	Ultima cifră este egală cu 8	**4p**

3.		Desen corect	**1p**
	a)	Figura $ATMU$ este dreptunghi	**4p**
	b)	Demonstraţi că $TU \parallel BC$.	**4p**

4. Desen **1p**



Fie $S\in(CB$ astfel încât $B\in(CS)$ şi $BS=DF$. Atunci $\triangle ABS\equiv\triangle ADF(c.c.)$ şi obţinem că $m(\sphericalangle EAS)=45^\circ$, deci $\sphericalangle EAS\equiv\sphericalangle EAF$. Din congruenţa anterioară avem şi $AF=AS$, de unde deducem că $\triangle AEF\equiv\triangle AES(L.U.L)$. Atunci $\sphericalangle AFE\equiv\sphericalangle ASE$, deci $m(\sphericalangle AEF)=75^\circ$. ***9p***

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică

Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a VIII-a - barem

1.	**a)**	Verificare	**5p**
	b)	Avem $A=4\left(\left(11^{11}\right)^2+\left(22^{22}\right)^2+\left(33^{33}\right)^2\right)$ şi se aplică punctul anterior	**5p**

2.		Desen	**1p**
	a)	Se foloseşte proprietatea liniei mijlocii	**4p**
	b)	Se demonstrează că TM este paralelă cu planul (ABC)	**5p**

3.	**a)**	Se ridică la pătrat	**5p**
	b)	Se aplică punctul anterior şi avem $x=y=1$	**4p**

4.		Desen	**1p**
	a)	Se arată că $BD\perp(SAC)$	**5p**
	b)	Se calculează înălţimea în triunghiul SDM	**4p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică
Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a IX-a - barem

1.	**a)**	Demonstraţie	**4p**
	b)	Se aplică inegalitatea modulului pentru vectori	**2p**
	c)	Se aplică punctele anterioare şi inegalitatea mediilor	**4p**

2.	**a)**	Se construiesc paralele prin M la laturile triunghiului care conduc la 3 triunghiuri echilaterale şi 3 paralelograme şi apoi calcul vectorial	**6p**
	b)	Se demonstrează că $\overrightarrow{MG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$	**4p**

3.	**a)**	Calcul direct	**3p**
	b)	Se verifică pentru 0 şi 2. Apoi se realizează inducţie de pas 2.	**7p**

4.	**a)**	Verificare	**4p**
	b)	Avem $\frac{x}{xy+z}=\frac{x}{(z+x)(z+y)}$ şi analoagele. Folosind punctul anterior se deduce concluzia.	**6p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

ălimpiada Naţională de Matematică
Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a X-a - barem

1.	**a)**	Verificare	**5p**
	b)	Se aplică punctul anterior pentru $a = x + 1$ şi $b = 1 - x$	**5p**

2.	**a)**	Verificare directă	**5p**
	b)	Avem $3\|z\| = \|z - u + z - v\| \leq \|z - u\| + \|z - v\|$ şi analoagele . Apoi le însumăm	**5p**

3.	**a)**	Avem $\sqrt[n]{1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n} < \dfrac{1 + 2 + 3 + \ldots + n}{n} = \dfrac{n+1}{2}$ şi apoi se logaritmează	**5p**
	b)	$x = 0$ este soluţie unică deoarece $2^x + 2^{-x} \geq 2 \geq 2\cos\dfrac{x}{3}$	**5p**

4.	Pentru $a > 1$	
	Funcţiile $g(x) = a^x + f(x)$ şi $h(x) = a^x - f(x)$ sunt crescătoare	**3p**
	Pentru $f(0) = 1$ se obţine $f(x) = a^x$	**3p**
	Pentru $f(0) = a$ se obţine $f(x) = 1 + a - a^x$	**3p**
	Analog pentru $a \in (0,1)$	**1p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică

Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a XI-a - barem

1.	**a)**	Se arată că $a_n = a^n$ şi $b_n = na^{n-1}b$	**3p**
	b)	Calcul	**3p**
	c)	Calcul folosind Cesare-Stolz	**4p**

2.	**a)**	Verificare directă	**5p**
	b)	Se aplică relaţia anterioară de două ori	**5p**

3.	**a)**	Demonstraţie, eventual prin inducţie	**3p**
	b)	Se arată că şirul este crescător	**2p**
		Se arată convergenţă şi se stabileşte că limita este egală cu 0	**5p**

4.	**a)**	Presupunem $f(x) < 0$ şi $f(y) > 0$. Se obţine $2 \le \lvert f(x) - f(y) \rvert \le \lvert x - y \rvert$	**4p**
	b)	Pentru $x < y$ alegem a, ca fiind cel mai mare număr din mulţimea $[x, y] \cap \mathbb{Z}$ pentru care $f(a) < 0$ şi b ca fiind cel mai mic număr din mulţimea $[x, y] \cap \mathbb{Z}$ pentru care $f(b) > 0$. Existenţa punctului c pentru care $f(c) = 0$ este dată de punctul anterior.	**6p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada Naţională de Matematică
Faza Zonală - 11 februarie 2012

Clasa a XII-a - barem

1.	**a)**	Verificarea axiomelor grupului	**5p**
	b)	Folosind relaţia $x_1 \circ x_2 \circ ... \circ x_n = (x_1+1)(x_2+1)...(x_n+1)-1$ şi se obţine 2012	**5p**

2.	**a)**	Calcul folosind integrarea prin părţi	**5p**
	b)	Calcul folosind faptul că $\dfrac{x}{e^x+1+x} = 1 - \dfrac{(e^x+1+x)'}{e^x+1+x}$	**5p**

3.	**a)**	Din ipoteză avem $(xy)^n = x^n y^n$ şi apoi calcul algebric	**5p**
	b)	Ipoteza conduce la $x^{n^2-n-1} = e$ adică $x^{n(n-1)} = x$ şi se aplică apoi punctul anterior	**5p**

4.	**a)**	Fie $G(x) = F(x+T) - F(x)$. Se obţine că $G' = 0$	**4p**
	b)	$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{F(x)}{x} = 0$ de unde concluzia	**3p**
	c)	Se aplică integrarea prin părţi	**3p**

NOTĂ

- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător punctajului oferit de barem

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro