

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 18.02.2012

**SUBIECTE - clasa a X-a:**

1.	Să se cerceteze dacă există numerele raționale $a, b, c$ cu $c \geq 0$ astfel încât să aibă loc relația $\sqrt[3]{4} = a + b\sqrt{c}$ . Justificați răspunsul dat.
2.	Să se determine toate funcțiile injective $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ cu proprietatea că $1 + f(1) < 2 + f(2) < 3 + f(3)$ .
3.	<b>a)</b> Să se arate că $(-\infty; \sqrt{2}) \cap (\log_2 3; +\infty) = \Phi$ ; <b>b)</b> Să se arate că dacă $a, b, c \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$ astfel încât $abc = 1$ atunci : $\left(\frac{1}{\log_a x}\right)^3 + \left(\frac{1}{\log_b x}\right)^3 + \left(\frac{1}{\log_c x}\right)^3 = \frac{3}{\log_a x \cdot \log_b x \cdot \log_c x}, \forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$
4.	Fie $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ astfel încât $z^n = 1, n \in \mathbb{N}, n > 2$ . Să se arate că: $\frac{2}{n-2} \leq  1-z  \leq 2.$

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

**succes!**

*prof. Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiș*