MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 18.02.2012

<u>SUBIECTE - clasa a XI-a:</u>

1.	1. Fie $c_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n}-\ln n$. a) Arătaţi că (c_n) este convergent b) Admitem că $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = c$. Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} H_{n,k}$ unde $H_{n,k} = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+....+\frac{1}{kn}$
2.	Fie $A \in M_2(\mathbf{R})$ astfel încât $A^{2012} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$. Determinaţi matricea A.
3.	a) Fie $A \in M_n(\mathbf{R}), n \in \mathbf{N}, n > 1$ astfel încât $A^2 + A + I_n = O_n$. Aflaţi n, ştiind că $\det(A^n + I_n) = 2^{2013}$. b) Fie $A, B \in M_n(R)$. Arătaţi că $\det(A^2 + B^2) \geq 0$.
4.	Se consideră un şir de numere reale nenule $(a_n)_{n\geq 1}$ definit prin $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n \cdot a_n}$, $n \geq 1$, unde a_1 este dat. Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

NOTĂ:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

succes!

prof.Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiş)