

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 18.02.2012

**SUBIECTE - clasa a IX-a:**

|    |  |
|----|--|
| 1. | Să se rezolve ecuația $ x-6  = \left[ \frac{x-1}{2} \right] + \left[ \frac{x-2}{2} \right] + \left[ \frac{x-3}{2} \right] + \left[ \frac{x-4}{2} \right]$ .  |
| 2. | a) Demonstrați că dacă $ab+bc+ca = abc$ atunci $\frac{2a^2}{b+c} + \frac{2b^2}{a+c} + \frac{2c^2}{a+b} \geq 9$<br>b) Să se arate că dacă $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n \geq 0$ atunci $a_1^2 + 3a_2^2 + \dots + (2n-1)a_n^2 \leq (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2$ .  |
| 3. | Fie $\Delta ABC$ , $M \in (AB)$ , $N \in (AC)$ astfel încât $\frac{MB}{MA} = m$ , $\frac{NC}{NA} = n$ cu $m, n \in \mathbf{R}$<br>a) Aflați $\overrightarrow{AI}$ în funcție de $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{AC}$ , $m, n$ .<br>b) Dacă $AI \cap MN = \{G\}$ unde $G$ este centrul de greutate al $\Delta ABC$ , determinați valoarea lui $\alpha$ unde $\overrightarrow{GA} = \alpha \overrightarrow{GI}$ . |
| a) | Fie $a_1, a_2, \dots, a_{2012} \in \mathbf{R}$ astfel încât $a_1 + a_2 + \dots + a_{2012} \leq 2012$ . Dacă $a_1 =  a_3 - a_4 $ , $a_2 =  a_4 - a_5 $ , $\dots$ , $a_{2010} =  a_{2012} - a_1 $ , $a_{2011} =  a_1 - a_2 $ , $a_{2012} =  a_2 - a_3 $ determinați numerele $a_i$ , $i = 1, 2012$ .   |

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

**succes!**

prof. Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiș )