Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”

ediţia a XII-a

Galaţi, 05 noiembrie 2011

Clasa a XI-a

Problema 1..

Fie şirurile de numere reale:

$(x_n)_{n\geq 1}, (y_n)_{n\geq 1}, (z_n)_{n\geq 1}$ definite astfel:

$x_1 = 3, y_1 = 5, z_1 = \frac{4}{7}$

$x_{n+1} = \frac{2x_n}{x_n^{\ 2} - 1}, y_{n+1} = \frac{2y_n}{y_n^{\ 2} - 1}, z_{n+1} = \frac{2z_n}{z_n^{\ 2} - 1}$ pentru orice n natural, nenul, $n \geq 1$.

a) Justificaţi că şirurile de mai sus sunt corect construite.

b) Studiaţi convergenţa şi limita şirului $(t_n)_{n\geq 1}, unde\ t_n = \frac{1}{n} \cdot x_n \cdot \cos(2^{n-1} \cdot arctg 3), n \in \mathbb{N}^*$.

c) Există $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât: $x_n + y_n + z_n = 0$?

Constantin Ursu, profesor, Galaţi

Problema 2

Se considera S_n mulţimea permutărilor definite pe $\{1, 2, 3, ..., n\}, n \in \mathbb{N}^*, n > 1$.

Se notează cu t_n numărul permutărilor $\sigma \in S_n$ ce au exact două inversiuni şi cu p_n numărul permutărilor $\sigma' \in S_n$ pentru care există un singur număr $i \in \{1, 2, 3, ..., n-1\}$ astfel încât $\sigma'(i) > \sigma'(i+1)$.

Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia $p_n = 2 + t_n$.

Constantin Ursu, profesor, Galaţi

Problema 3

Fie punctul D situat în interiorul triunghiului $\triangle ABC$ astfel încât : $m(\sphericalangle ADB) = m(\sphericalangle ACB) + 90^0$ şi $AC \cdot BD = AD \cdot BC$. Calculaţi valoarea raportului $\frac{AB \cdot CD}{AC \cdot BD}$.

Problemă selectată de Constantin Ursu, profesor, Galaţi