Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XII-a
Galaţi, 05 noiembrie 2011

Clasa a XII-a

Problema 1.

Fie funcţia $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

a) Arătaţi că f este funcţie bijectivă .

b) Determinaţi numărul solutiilor ecuaţiei $\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}=arcctgx$.

c) Calculaţi $\int f^{-1}(x)\cdot f^{-1}(2\cdot x)\cdot f^{-1}(3\cdot x)\,dx$.

Prof. Vasile Duma , Galaţi

. **Problema 2.**

a) Fie $(G,\cdot)$ un grup şi $f:G\to G$, $f(x)=x^n$ un automorfism , $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.
Să se arate că $x^{n-1}\cdot y=y\cdot x^{n-1}$, $\forall x,y\in G$

b) Fie $m,n\in\mathbb{N}$, $m,n\geq 2$ astfel încât $\left(m\,,n\cdot(n-1)\right)=1$ şi $(G,\cdot)$ un grup de ordin m . Să se arate că dacă $(x\cdot y)^n=x^n\cdot y^n$, $\forall x,y\in G$ atunci $(G,\cdot)$ este grup comutativ.

* * *

Problema 3.

Să se determine funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, derivabile în punctul $x_0=0$ şi care verifică relaţia

$$f(x+arctgx)+f(x-arctgx)=f(2\cdot x),\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

* * *