

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICA „NICOLAE PĂUN”
EDIȚIA a XVIII- a – DECEMBRIE 2011

SUBIECTE CLASA a VII-a

Problema 1.

Dacă $(\overline{ab2}; \overline{bc7}; \overline{ca9}) = 3$ demonstrați că $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ este un număr irațional.

N. Stănică

Problema 2.

- a) Să se arate că pentru orice număr întreg x , numărul $x^3(x^3 - 1)(x^3 + 1)$ este divizibil cu 9;
- b) Să se arate că pentru orice numere întregi x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 avem $x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 + x_4^6 + x_5^6 \neq 20112011$

M. Pop

Problema 3.

Fie M un punct în interiorul triunghiului ABC astfel încât $\sphericalangle ABM \equiv \sphericalangle ACM$. Dacă P și Q sunt proiecțiile lui M pe AB , respectiv AC și E este mijlocul lui $[BC]$, arătați că $[EP] \equiv [EQ]$.

G.M. nr. 10/2011

Problema 4.

Fie triunghiul ABC isoscel ($AB = AC$) și punctele D și M mijloacele segmentelor $[BC]$ respectiv $[AD]$. Dacă $DE \perp BM$ ($E \in (BM)$), demonstrați că:

$$m(\widehat{MBC}) = 45^\circ \Leftrightarrow m(\widehat{ACE}) = 45^\circ.$$

C. Bărăscu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii, timp de lucru 3 ore.