Concursul Interjudețean de Matematică"Bogdan Stan"
Ediția a II-a
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
27-28 ianuarie 2012

Subiecte clasa a X-a

Problema 1

Sa se determine $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{N}$ cu proprietatile:

i) $f(m+n)=f(n)+f(m)+2mn, \forall\, m,n\in\mathbb{Z}$

ii) $f(f(1))-f(1)$ este patrat perfect

Marin Ionescu, Pitesti

Problema 2

Daca $x,y,z\in\mathbb{C}$, demonstrati ca:

$|x|+|y|+|z|\le|x+y+z|+|x-z|+|z-y|+|y-z|.$

G.M. (selectata de Gheorghe Duta C.N. Radu Greceanu)

Problema 3

Fie numerele reale positive $a_1<a_2<\ldots<a_{2011}$. Aratati faptul ca aceste numere reprezinta o progresie geometrica este o conditie si suficienta dar nu si necesara pentru a avea

$a_1\cdot a_{2011}=a_2\cdot a_{2010}=\cdots=a_{1005}\cdot a_{1006}$

Teodor Radu, C.N. Radu Greceanu, Slatina

Problema 4

Pe latura *(BC)* a triunghiului *ABC* consideram punctul *D* astfel incat $\frac{m(\widehat{BAD})}{m(\widehat{BAC})}=\frac{k}{n}, k,n\in\mathbb{N}^*$. Arati ca:

$$\frac{n}{AD}>\frac{n-k}{AB}+\frac{k}{AC}$$

Nitu Cosmin, Bucuresti

Nota. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problema corect rezolvata primeste 7 puncte. Timp de lucru trei ore de la primirea subiectelor.