



Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"
Ediția a II-a

Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
27-28 ianuarie 2012

Subiecte clasa a VIII-a

Problema 1

Considerăm cubul $ABCD A'B'C'D'$ de latură $l=1$. Determinați minimul sumei $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 + 4MD^2$, unde M este un punct variabil situat pe fața $A'B'C'D'$.

Cosmin Nitu, Bucuresti

Problema 2

În patratelele unei table de 9×9 se scriu divizorii ai numărului n^m , unde n este produsul a trei numere prime distincte, $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 4$.

a) Arătați că pe fiecare linie și fiecare coloană avem doi divizori care au ca pătrat un număr rațional.

b) Arătați că printre divizorii aflați la intersecția a 4 linii și 7 coloane avem doi divizori care au ca cub un număr rațional.

Ion Gusatu, C.N. Radu Greceanu, Slatina

Problema 3

Fie tetraedrul $ABCD$ cu $[AB] \equiv [AD]$, $[BC] \equiv [CD]$ și M mijlocul lui $[BD]$.

Dacă bisectoarele unghiurilor ABC și AMC se intersectează în $N \in (AC)$ atunci:

a) Arătați că distanța $(AC, BD) = MN$

b) Dacă în plus, avem $BN \cdot AC = CM \cdot BD$, arătați că $[AC] \equiv [BD]$

G.M.

Problema 4

a) Să se determine numerele întregi m și n pentru care:

$$9m^2 - n^2 + 4n = 15$$

Virgil Serban, Bucuresti

b) Demonstrați că :

$$\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{2} \leq \sqrt{2a-1} + \sqrt{2b-1} \quad \forall a, b > 1$$

Dumitru Robert, elev C.N. Radu Greceanu, Slatina

Nota. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă corect rezolvată primește 7 puncte. Timp de lucru trei ore de la primirea subiectelor.