Concursul Naţional de Matematică Aplicată "*Adolf Haimovici*"

Etapa locală - 11 februarie 2012

Clasa a IX-a - uman

1. **a)** Determinaţi câte numere întregi verifică inegalitatea $|7x-3|<300$;

b) Folosind eventual inegalitatea $|x+y|\le|x|+|y|$, valabilă pentru orice numere reale x și y, demonstraţi că $|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|\ge 4$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. **a)** Se consideră mulțimile $A=\{x\in\mathbb{R}|2x-1<11\}$ şi $B=\{x\in\mathbb{R}|2x-2<4x+6\}$. Determinaţi mulțimile $A\cap B$ şi $A-B$;

b) Într-o clasă cu 28 elevi, 14 cunosc limba germană şi 12 cunosc limba franceză. Determinaţi numărul minim şi respectiv maxim al elevilor care nu cunosc nici măcar o limbă străină.

3. Aflaţi $b\in\mathbb{Z}$ astfel încât ecuaţia $bx-3=2x+4$ să aibă soluţii numere întregi.

4. Un iepure aleargă tot mai repede astfel încât fuge 1m în prima secundă, apoi 1,01 m în a doua secundă, 1,02 m în a treia secundă, 1,04 m în a patra secundă etc.

a) Câţi metri parcurge în a 101 secundă a alergării sale?

b) Care este viteza medie de deplasare a iepurelui în primul minut de alergare?

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Barițiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Concursul Naţional de Matematică Aplicată "*Adolf Haimovici*"
Etapa locală - 11 februarie 2012

Clasa a X-a - uman

1. **a)** Demonstraţi că $\sqrt{9+4\sqrt{5}}=2+\sqrt{5}$;

b) Determinaţi valoarea de adevăr a enunţului „ $\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}\in\mathbb{N}$ ".

2. **a)** Determinaţi soluţiile reale ale ecuaţiei $4^x-2^{x+1}-3=0$;

b) Determinaţi soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_{x+1}\left(x^3+3x+4\right)=3$.

3. Se consideră expresia $E(x)=x^3-6x^2+11x-6$.

a) Să se demonstreze că $E(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$;

b) Să se demonstreze că pentru orice număr n întreg impar avem $E(n)$ divizibil cu 24.

4. Citiţi cu atenţie următoarele versuri:

„Stau pe-o margine de lac / În el broaştele zic OAC/
Enervat de gălăgie/ Zvârlu-o piatră cenuşie,
Nici una n-a dispărut/ Nici una nu s-a rănit,
Dar surpriza este mare/ Când încep o numărare,
În lac broaşte nu mai îs/ Dar nici pe mal broaşte nu-s."

Având în vedere că limba română utilizează pluralul substantivelor când numărul de obiecte exprimat este cel puţin egal cu două, să se determine câte broaşte au fost în lacul din poezie. Justificați rezultatul obţinut.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Concursul Naţional de Matematică Aplicată "*Adolf Haimovici*"

Etapa locală - 11 februarie 2012

Clasa a XI-a - uman

1. **a)** Într-o clasă de 25 elevi, media la matematică este 7,2. Un singur elev are media 10. Determinaţi media notelor la matematică a celorlalţi 24 de elevi.

b) Într-o clasă de elevi, media la limba engleză a primilor 12 elevi din catalog este 7,25, iar a celorlalţi 13 elevi este 6,4. Determinaţi media la limba engleză a întregii clase.

2. Într-o cameră sunt 16 persoane. Fiecare persoană cunoaşte exact alte trei persoane din acea cameră. Se presupunea că dacă persoana A cunoaşte persoana B, atunci şi persoana B cunoaşte persoana A.

a) Dacă se realizează o strângere de mână între fiecare două persoane care se cunosc, să se precizeze câte strângeri de mână au loc;

b) Să se studieze în ce context putem împărţi cele 16 persoane în grupe de câte 4, astfel încât în interiorul fiecării grupe, oricare două persoane să nu se cunoască între ele.

3. În semestrul întâi un elev a obţinut la limba română următoarele note: 2; 4; 3 și 5. Nota la teză a fost 5.

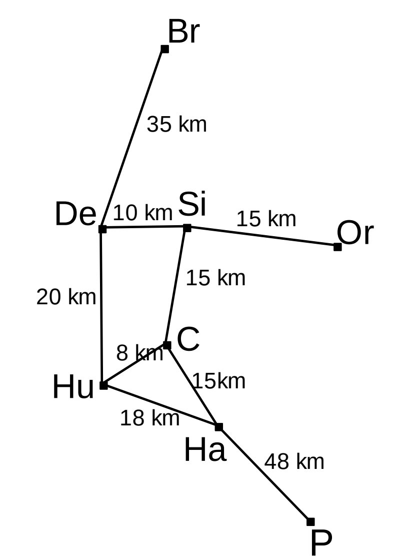
a) Să se demonstreze că elevul rămâne corigent la această disciplină.

b) Să se determine nota minimă de care are elevul nevoie pentru a evita corigenţa.

4. Desenul alăturat reprezintă o schiţă a judeţului Hunedoara cuprinzând câteva oraşe și distanţele dintre ele. Oraşele de pe hartă sunt Brad(Br), Călan(C), Deva(De), Haţeg (Ha), Hunedoara(Hu), Orăştie(Or), Petroşani(P) şi Simeria (Si).

a) Să se determine lungimea drumului minim dintre Brad şi Petroşani, cu trecere prin Călan;

b) Dacă o maşină cu alimente realizează aprovizionarea tuturor oraşelor, precizaţi drumul optim pe care trebuie să îl parcurgă pentru a putea trece prin toate oraşele judeţului.



NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Bariţiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Concursul Naţional de Matematică Aplicată "*Adolf Haimovici*"

Etapa locală - 11 februarie 2012

Clasa a XII-a - uman

1. a) Să se demonstreze că pentru oricare două matrici $A,B \in M_2(\mathbb{R})$ are loc relaţia

$$\det(A+B)+\det(A-B)=2\det(A)+2\det(B);$$

b) Fie matricele $A=\begin{pmatrix} 2009 & 2010 \\ 2008 & 2009 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} x & 2y \\ 3x & 6y \end{pmatrix}$. Să se arate că numărul $\det(A+B)+\det(A-B)$ nu depinde de valorile reale ale numerelor x și y.

2. O cutie din lemn are 9 compartimente distribuite sub forma unui pătrat de tipul 3×3. În fiecare compartiment se găsesc bile distribuite ca în figura alăturată. Bilele se pot muta dintr-un compartiment în altul cu condiţia ca această mutare să se realizeze între compartimente vecine, situate pe aceeaşi linie sau pe aceeaşi coloană.

1 bilă	2 bile	3 bile
4 bile	5 bile	6 bile
7 bile	8 bile	9 bile

a) Să se demonstreze că se pot realiza mutări de bile astfel încât la final numărul de bile din fiecare compartiment să fie acelaşi;

b) Să se arate că indiferent de numărul de mutări efectuate nu putem obţine număr par de bile în fiecare compartiment.

3. Pentru orice număr natural n definim matricea $A_n=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ n & n+3 & n+6 \end{pmatrix}$

a) Calculaţi determinantul matricei A_4;

b) Demonstraţi că pentru orice $n\in\mathbb{N}$ avem

$$\det(A_0)+\det(A_2)+\det(A_4)+...+\det(A_{2n})=\det(A_1)+\det(A_3)+...+\det(A_{2n+1}).$$

4. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$, unde $a,b,c\in\mathbb{Z}$.

a) Să se arate că $\det A=(a-b)(b-c)(c-a)$;

b) Să se studieze dacă poate avea loc relaţia $\det A = 987654321$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 10 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.