Barem clasa a V-a

1). $D = I \cdot C + R,\ 0 \le R < I$

$39 = I \cdot C + 1 \Rightarrow 38 = I \cdot C$

$I, C \in D_{38} - \{1\} = \{2;19\}$

2). $\overline{2011abc} + \overline{abc2011} + 2011 = 2011\overline{abc} + 2822012$

$1000 \cdot 2011 + \overline{abc} + 10000\overline{abc} + 4022 = 2011\overline{abc} + 2822012$

$10001\overline{abc} - 2012\overline{abc} = 811012 - 4022$

$7990\overline{abc} = 806990 \Rightarrow \overline{abc} = 101$

3). $a + b + c + d = 999$

$\frac{1}{3}c = \frac{1}{4}d \Rightarrow d = \frac{4}{3}c$

$a = 3c + 3,\ a, c \in \mathbb{N}^*$

$b = 4d + 4,\ b, d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow b = \frac{16}{3}c + 4$

$3c + 3 + \frac{16}{3}c + 4 + c + \frac{4}{3}c = 999$

$4c + 7 + \frac{20}{3}c = 999 \,/ \cdot 3$

$32c = 2976 \Rightarrow c = 93$

$a = 282,\ d = 124,\ b = 500$

4). a). $10^{2011} - 2 = 1\underbrace{00...0}_{2011} - 2 = \underbrace{99...9}_{2010}8$

deci cifra 8 poate ocupa 2011 pozitii $\Rightarrow$ numarul are 2010 frati

b). $10^{2011} - 12 = 1\underbrace{00...0}_{2011} - 12 = \underbrace{99...9}_{2009}88$

daca cifra 8 este pe ultima pozitie atunci celalat 8 poate ocupa 2010 pozitii

daca cifra 8 este pe penultima pozitie atunci celalat 8 poate ocupa 2009 pozitii

continuand procedeul obtinem $1 + 2 + ... + 2010 = \frac{2010 \cdot 2011}{2}$ pozitii

deci numarul are $\frac{2010 \cdot 2011}{2} - 1$ frati