



CONCURSUL NAȚIONAL TEHNICI MATEMATICE

EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012

BAREME CLASA A IX-A

Subiectul I (30p)

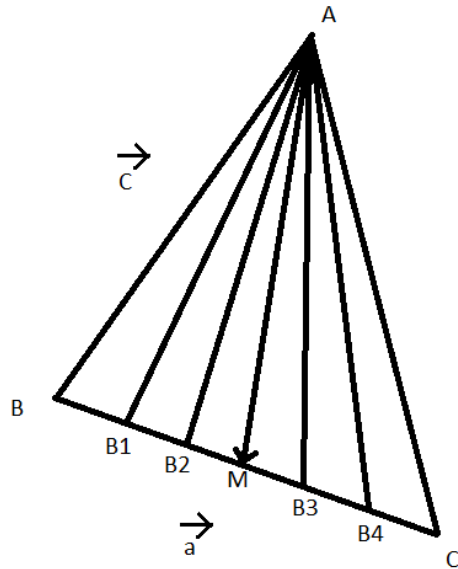
- a) $f(1) = 8$ 2p
 $f(2) = 4$ 2p
 $f(11) = 2$ 3p
 $f(36) = 36$ 3p
b) $I_m \quad f \in \{2, 4, 6, 8\}$ 4p
 $f(4k) = 6, f(4k + 1) = 8, f(4k + 2) = 4, f(4k + 3) = 2 \Rightarrow f$ periodică și $T_o = 4$ 4p
c) $8^n - 1 = (7 + 1)^n - 1 = \mu_7$ sau se demonstrează prin inducție mat 10p

Subiectul II (30p)

- a) Șirurile sunt progresii aritmetice cu $r_1 = 4$ respectiv $r_2 = 5$ 5p
 Primul termen comun este 21 1p
 Fie x termenul comun $\Rightarrow x = 21 + 4m = 21 + 5n \quad m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow 4m = 5n \Rightarrow n : 4 \Rightarrow n = 4 \cdot p, p \in \mathbb{N}$
 $\Rightarrow x = 21 + 20p \Rightarrow$ șirul termenilor comuni este o progresie aritmetică cu rația 20
 $\Rightarrow S_k = \frac{2 \cdot 21 + 20(k-1)}{2} \cdot k = 10k^2 + 11k, k \in \mathbb{N}$ 4p
b) $(4x^2 - 2x + \frac{1}{4}) + [2x - 2y - \sqrt{2(x-y)} + \frac{1}{4}] = 0$ 2p
 $(2x - \frac{1}{2})^2 + [\sqrt{2(x-y)} - \frac{1}{2}]^2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}$ și $y = \frac{1}{8}$ 8p
c) $\frac{1}{7} = 0,142857 \dots \Rightarrow a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = 4 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 7 = 2240$ 10p

Subiectul III (30p)

- a) $\overrightarrow{B_1A} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}) = -(\overrightarrow{C} + \frac{1}{5}\overrightarrow{a})$ 2p
 $\overrightarrow{B_2A} = (-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_2}) = -(\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}) = -(\overrightarrow{C} + \frac{2}{5}\overrightarrow{a})$ 2p
 $\overrightarrow{B_3A} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_3}) = -(\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}) = -(\overrightarrow{C} + \frac{3}{5}\overrightarrow{a})$ 2p
 $\overrightarrow{B_4A} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_4}) = -(\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}) = -(\overrightarrow{C} + \frac{4}{5}\overrightarrow{a})$ 2p



..... 4p

b) $|\vec{a}| = 12 \Rightarrow \overline{AB} + \overline{AB_1} + \overline{AB_2} + \overline{AB_3} + \overline{AB_4} + \overline{AC} = 6\vec{c} + 3\vec{a}$ 3p

$$|\overline{AB} + \overline{AB_1} + \overline{AB_2} + \overline{AB_3} + \overline{AB_4} + \overline{AC}| = 3|2\vec{c} + \vec{a}| = 3|2\vec{c} + \overline{AC} - \vec{C}| = 3|\overline{AC} + \overline{AB}| = 3|2\overline{AM}| =$$

$$= 6 \left| \frac{1}{2} \overline{BC} \right| = 3|\overline{BC}| = 3 \cdot 12 = 36$$
 5p

10p din oficiu



CONCURSUL NAȚIONAL TEHNICI MATEMATICE

EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012

BAREME CLASA A X-A

Subiectul I (30p)

- a) $|z_1| = 4$ 5p
 $z_1 + z_2 = 4$ 5p
- b) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{-8 - 8\sqrt{3}i}{16} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 10p
- c) $z_1 \cdot z_2 = 16 = \operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2)$ 5p
 $\operatorname{Im} g\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5p

Subiectul II (30p)

- 1.a) $\sqrt[n]{64} = 4 \Rightarrow 64 = 4^n \Rightarrow n = 3$ 10p
- b) $f(2) \cdot f(2^2) \cdot f(2^3) = 4$ 10p
2. $f(16) = 4$; $f(5) = \sqrt{5}$; $g(36) = \sqrt[3]{36}$ 3p
 $f(16) + [f(5)] - [g(36)] = 4 + 2 - 3 = 3$ 7p

Subiectul III (30p)

- 1.a) $\overrightarrow{AB}(12,12)$; $\overrightarrow{BC}(-6,-11)$ 5p
 $\vec{n}(-6,-16)$ 5p
- b) $\overrightarrow{MA} = (-x-6)\vec{i} + (-y-3)\vec{j}$ 5p
 $\overrightarrow{MB} = (6-x)\vec{i} + (9-y)\vec{j}$ 5p
 $-2x-12 = 6-x \Rightarrow x = -18$ 5p
 $-2y-6 = 9-y \Rightarrow y = -15$ 5p

10p din oficiu



BAREME CLASA A XI-A

Subiectul I (30p)

a) - A, B, C coliniare $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 2p

-calcularea determinantului si obtinerea ecuatiei $2(a-1)(a-3)=0$ 6p

-rezolvarea ecuatiei găsind $a=1$ sau $a=3$ 2p

b)-dacă $a=4$ atunci avem $C(4, 16)$ 1p

- $A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\Delta|$ unde $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ 4 & 16 & 1 \end{vmatrix}$ 2p

- $\Delta=2.3.1=6$ iar $A_{\Delta ABC}=3$ 2p

- ecuatia dreptei AC: $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 16 & 1 \end{vmatrix} = 0$ adica $15x-3y-12=0$ 2p

- $d(O, AC) = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ si finalizarea $d(O, AC) = \frac{12}{\sqrt{234}}$ 3p

c) - ecuația $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ \lg(x-1) & \lg^2(x-1) & 1 \end{vmatrix} = 0$ este cea de la pct. a) luând $a=\lg(x-1)$ 1p

- obtinerea ecuatiei $2[\lg(x-1) - 1][\lg(x-1) - 3]=0$ echivalentă cu $\lg(x-1)=1$ sau $\lg(x-1)=3$ 2p

- condiții de existență pentru logaritmi și finalizare $x_1=11, x_2=1001$ 2p

Subiectul II (30p)

a) $x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2 \Rightarrow \Delta_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ 10p

b) $y = 1$ asimptotă orizontală 3p

$x = -2$ asimptotă verticală 3p

$x = 2$ asimptotă verticală 4p

c) $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \frac{1}{4}}{x} = 0$ 15p

Subiectul III (30p)

a) $A^3 - I_3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 8 \\ 0 & 7 & 0 \\ 8 & 0 & 12 \end{pmatrix}$ 10p

b) $\det A = m^2 - m$ 5p

$m^2 - m \neq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$ 5p

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ 5p

$a = 2; b = -2; c = 1$ 5p

10p din oficiu



CONCURSUL NAȚIONAL TEHNICI MATEMATICE

EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012

BAREME CLASA A XII-A

Subiectul I (30p)

1. $\sqrt[3]{8} + \log_2 \frac{1}{4} = 0$ 5p
2. $f(-1) = 2 \Leftrightarrow m = 3$ 5p
3. $6 - x^2 = 2 \Leftrightarrow x \in \{-2; 2\}$ 5p
4. $x(x-1) = 12; x \in \mathbb{N}, x \geq 2 \Rightarrow x = 4$ 5p
5. $\frac{y-3}{5-3} = \frac{x-2}{4-2} \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$ 5p
6. $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{16}{25}; \cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \frac{4}{5}$ 5p

Subiectul II (30p)

- 1.a) $\det A = 1 - 0 = 1$ 5p
- b) $A^2 - 2A + I^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5p
- c) $x = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 5p
- 2.a) $(x-3)(y-3) + 3 = xy - 3x - 3y + 9 + 3 = x * y$ 5p
- b) $x * x = 19 \Rightarrow (x-3)^2 + 3 = 19 \Rightarrow x \in \{-1; 7\}$ 5p
- c) $x * 3 = 3 * x, \sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \dots * \sqrt[3]{2011} = (\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \dots * \sqrt[3]{26}) * 3 * (\sqrt[3]{28} * \sqrt[3]{29} * \dots * \sqrt[3]{2011})$ 5p

Subiectul III (30p)

- 1.a) $f'(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^x$ 5p
- b) $f'(x) \leq 0, (\forall) x \in [-2, 0]$ 5p
- c) $x \in [-1, 0] \xrightarrow{b)} f(x) \leq f(-1)$ 2p
- $x^2 \in [0, 1] \xrightarrow{a)} f(x^2) \leq f(1)$ 2p
- $f(x) + f(x^2) \leq f(-1) + f(1) = \frac{e^2 + 1}{e}$ 1p
- 2.a) $\int_1^3 x dx = 4$ 5p
- b) $v = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \frac{29\pi}{6}$ 5p
- c) $\int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x dx = \frac{e^2 + 3}{4}$ 5p

10p din oficiu