

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

CLASA a V-a

1. Determinați cel mai mic număr natural care începe cu 2012, se termină cu 2012 și are suma cifrelor 2012.

Constantin Ciurlă, Suceava

Soluție: Numărul este de forma $\overline{2012\dots2012}$. În locul punctelor trebuie să fie cifre cât mai puține, deci cât mai mari, deci de 9.

Suma cifrelor celor doi de 2012 este 10.

Mai rămâne suma de: $2012 - 10 = 2002$.

Cum $2012 = 9 \cdot 222 + 4$, numărul maxim de 9 este 222 și rămâne să mai punem o cifră de 4.

Numărul cel mai mic, ce satisface condițiile din enunț, este : $\overline{20124\underbrace{999\dots9}_{\text{de 222 ori}}2012}$.

Barem:

Numărul este de forma $\overline{2012\dots2012}$	1p
Suma cifrelor celor doi de 2012 este 10	1p
Suma cifrelor rămase este de $2012 - 10 = 2002$	1p
Numărul este minim este dacă în locul punctelor sunt cifre cât mai puține, deci cât mai mari, adică de 9.....	1p
Cum $2012 = 9 \cdot 222 + 4$, numărul maxim de 9 este 222.....	1p
Numărul cel mai mic este $\overline{20124\underbrace{999\dots9}_{\text{de 222 ori}}2012}$	2p

2. Pe o tablă sunt scrise numerele de la 1 la 25. Ștergem la întâmplare două numere și scriem succesorul sumei lor.

a) După câți pași va rămâne pe tablă un singur număr? (un pas este operațiunea de ștergere a două numere și scrierea succesivului sumei lor)

b) Ce valoare va avea numărul rămas?

Gheorghe Leonte, Arbore

Soluție. După primul pas rămân 24 de numere, după al doilea 23, și așa mai departe. Deci după 24 de pași va rămâne un singur număr. Cum la fiecare pas suma se mărește cu unu, suma care inițial era de $1 + 2 + 3 + \dots + 25 = 325$ se mărește cu 24. Deci numărul final va fi $349 = 325 + 24$.

Barem.

a) După primul pas rămân 24 de numere, după al doilea 23, etc.....	1p
După 24 de pași rămâne un singur număr.....	1p
b) $1 + 2 + 3 + \dots + 25 = 325$	1p
La fiecare pas suma se mărește cu 1	1p
După 24 de pași suma se mărește cu 24	1p
Numărul final este $325 + 24 = 349$	2p

3. Dacă există vreun număr natural care împărțit la 6 să dea restul 5, iar împărțit la 9 să dea restul 4, atunci acesta este $n = 2012$. În caz contrar, acesta este $n = 2011$. Stabiliți dacă numărul $A = (3^{1+2+3+\dots+n})^2 : 3^{2011}$ este pătrat perfect, pentru n determinat anterior.

Adrian Țipău, Fălticeni

Soluție. Fie a numărul ce satisface condițiile problemei.

Cum $a = 6 \cdot c_1 + 5 = 9 \cdot c_2 + 4$ obținem $3(2c_1 + 1) + 2 = 3(3c_2 + 1) + 1$, relație ce nu poate exista. Prin urmare, $n = 2011$.

Atunci $A = (3^{1+2+3+\dots+2011})^2 : 3^{2011} = (3^{2011 \cdot 2012 : 2})^2 : 3^{2011} = 3^{2011 \cdot 2012 - 2011} = 3^{2011(2012-1)} = 3^{2011^2}$.

Cum 3 nu este pătrat perfect și 2011^2 nu este număr par $\Rightarrow A$ nu este pătrat perfect.

Barem.

$a = 6 \cdot c_1 + 5 = 9 \cdot c_2 + 4$	1p
$6c_1 + 3 + 2 = 9c_2 + 3 + 1 \Rightarrow 3(2c_1 + 1) + 2 = 3(3c_2 + 1) + 1$ imposibil $\Rightarrow n = 2011$	2p
$A = (3^{1+2+3+\dots+2011})^2 : 3^{2011} = 3^{2011 \cdot 2012 - 2011}$	2p
$A = 3^{2011(2012-1)} = 3^{2011^2}$	1p
3 nu este pătrat perfect și 2011^2 nu este număr par $\Rightarrow A$ nu este pătrat perfect.....	1p

Notă:

Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.