BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA a V-a

1. Determinaţi cel mai mic număr natural care începe cu 2012, se termină cu 2012 şi are suma cifrelor 2012.

Constantin Ciurlă, Suceava

***Soluţie*:** Numărul este de forma $\overline{2012...2012}$. În locul punctelor trebuie să fie cifre cât mai puţine, deci cât mai mari, deci de 9.
Suma cifrelor celor doi de 2012 este 10.
Mai rămâne suma de: $2012-10=2002$.
Cum $2012=9\cdot 222+4$, numărul maxim de 9 este 222 şi rămâne să mai punem o cifră de 4.
Numărul cel mai mic, ce satisface condiţiile din enunţ, este : $\overline{20124\underbrace{999...9}_{\text{de } 222 \text{ ori}}2012}$.

Barem:

Numărul este de forma $\overline{2012...2012}$ ……………………………………………………………	**1p**
Suma cifrelor celor doi de 2012 este 10 ………………………………………………………..	**1p**
Suma cifrelor rămase este de $2012-10=2002$ ……………………………………………..............................	**1p**
Numărul este minim este dacă în locul punctelor sunt cifre cât mai puţine, deci cât mai mari, adică de 9……	**1p**
Cum $2012=9\cdot 222+4$, numărul maxim de 9 este 222………………………………………………..	**1p**
Numărul cel mai mic este $\overline{20124\underbrace{999...9}_{\text{de } 222 \text{ ori}}2012}$ ……………………………………………………....................	**2p**

2. Pe o tablă sunt scrise numerele de la 1 la 25. Ştergem la întâmplare două numere şi scriem succesorul sumei lor.

a) După câţi paşi va rămâne pe tablă un singur număr? (un pas este operaţiunea de ştergere a două numere şi scrierea succesorului sumei lor)

b) Ce valoare va avea numărul rămas?

Gheorghe Leonte, Arbore

Soluţie. După primul pas rămân 24 de numere, după al doilea 23, şi aşa mai departe. Deci după 24 de paşi va rămâne un singur număr. Cum la fiecare pas suma se măreşte cu unu, suma care iniţial era de $1+2+3+...+25=325$ se măreşte cu 24. Deci numărul final va fi $349=325+24$.

Barem.

a) După primul pas rămân 24 de numere, după al doilea 23, etc...	**1p**
După 24 de paşi rămâne un singur număr…………………………………………………………………….	**1p**
b) $1+2+3+...+25=325$ ………………………………...	**1p**
La fiecare pas suma se măreşte cu 1 ……………………………….……………………………………	**1p**
După 24 de paţi suma se măreşte cu 24 ……………………………………………………………….…...	**1p**
Numărul final este $325+24=349$ ………………………………………..…………………………...	**2p**

3. Dacă există vreun număr natural care împărţit la 6 să dea restul 5, iar împărţit la 9 să dea restul 4, atunci acesta este $n=2012$. În caz contrar, acesta este $n=2011$. Stabiliţi dacă numărul $A=\left(3^{1+2+3+...+n}\right)^2:3^{2011}$ este pătrat perfect, pentru *n* determinat anterior.

Adrian Ţipău, Fălticeni

Soluţie. Fie *a* numărul ce satisface condiţiile problemei.
Cum $a=6\cdot c_1+5=9\cdot c_2+4$ obţinem $3(2c_1+1)+2=3(3c_2+1)+1$, relaţie ce nu poate exista. Prin urmare, $n=2011$.

Atunci $A=\left(3^{1+2+3+...+2011}\right)^2:3^{2011}=\left(3^{2011\cdot 2012:2}\right)^2:3^{2011}=3^{2011\cdot 2012-2011}=3^{2011(2012-1)}=3^{2011^2}$.

Cum 3 nu este pătrat perfect şi 2011^2 nu este număr par $\Rightarrow A$ nu este pătrat perfect.

Barem.

$a=6\cdot c_1+5=9\cdot c_2+4$ ………………………………………………………………........................	**1p**
$6c_1+3+2=9c_2+3+1\Rightarrow 3(2c_1+1)+2=3(3c_2+1)+1$ imposibil $\Rightarrow n=2011$ ………...…………………………	**2p**
$A=\left(3^{1+2+3+...+2011}\right)^2:3^{2011}=3^{2011\cdot 2012-2011}$ ……………………………………………………..……………	**2p**
$A=3^{2011(2012-1)}=3^{2011^2}$ …………………………………………………………………….…………	**1p**
3 nu este pătrat perfect şi 2011^2 nu este număr par $\Rightarrow A$ nu este pătrat perfect……………………………………	**1p**

Notă:
Orice altă soluţie corectă se va puncta corespunzător.