

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală – Constanța, 18 februarie 2012

Clasa a X a

Subiectul 1

Rezolvați în \mathbb{R} ecuația: $\sqrt[5]{4x-5} + \sqrt[5]{x-3} = \sqrt[5]{2x+1}$.

Prof. Dorin Arventiev

Subiectul 2

a) Dacă $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a^2 + b^2 + c^2 + a + b + c = 0$, arătați că
 $a + b + c \geq -3$.

b) Rezolvați sistemul:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ (\log_y 3x) \cdot (\log_z 3) + (\log_z 3y) \cdot (\log_x 3) + (\log_x 3z) \cdot (\log_y 3) = 0 \end{cases}$$

Prof. Nelu Chichirim

Subiectul 3

Să se determine numerele complexe de modul 1 care satisfac relația:

$$|z^2 + \bar{z}^2 + z^2\bar{z} + \bar{z}^2z - 4| = 6$$

Prof. Gheorghe Andrei

Subiectul 4

Se consideră triunghiul echilateral ABC cu latura de lungime l . Să se arate că oricare ar fi punctul M din planul triunghiului, avem:

$$MA \cdot MB + MB \cdot MC + MC \cdot MA \geq l^2$$

Prof. Cătălin Zîrnă

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.