ŞCOALA CU CLASELE I-VIII NR. 10
RM. VÂLCEA

CONCURSUL „DAN BARBILIAN-matematician şi poet"
EDIŢIA A III-A, 10 decembrie 2011

Clasa a VIII-a

(25p)I. Pe foaia de concurs se scriu doar rezultatele.

(5p)1.Intersecţia $\mathbf{Z} \cap$ A, unde A $= \{x \mid x \in R, |2x+1| < 2011\}$ are ....elemente.

(5p)2. Dacă $x = (\sqrt{2})^1 + (\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^5 + \ldots + (\sqrt{2})^{2009} + (\sqrt{2})^{2011}$ şi $y + 1 = 4^{503}$,atunci partea întreagă a raportului numerelor x şi y este egală cu ....

(5p)3. Pentru $x \in \mathbf{R}^*$, dacă $x + \frac{1}{x} = a$ şi $x^4 + \frac{1}{x^4} = b$, atunci o relaţie între a şi b care nu depinde de x este ....

(5p)4. Un cub are lungimea unei muchii egală cu 4cm.Suma distanţelor de la centrul bazei superioare a cubului la vârfurile bazei inferioare este egală cu .....

(5p)5. ABCD este un tetraedru regulat, iar H_1 şi H_2 sunt ortocentrele feţelor ABC, respectiv DBC. Dacă $AH_2 \cap DH_1 = \{S\}$, atunci $3 \cdot H_2S - SA = \ldots$

(20p)II. Pe foaia de concurs se scriu rezolvările complete.

1.Fie $a = \dfrac{n+\sqrt{n^2-1}}{n-\sqrt{n^2-1}}$ şi $b = \dfrac{n-\sqrt{n^2-1}}{n+\sqrt{n^2-1}}$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(5p)a)Arătaţi că media aritmetică şi media geometrică a numerelor a şi b sunt numere naturale.

(5p)b)Demonstraţi că mulţimea numerelor $n \in \mathbf{Z}^*$ pentru care $a \in \mathbf{N}$ are cardinalul 2.

2.Pătratul ABCD şi triunghiul echilateral EDC sunt incluse în plane diferite astfel încât $AD \perp EC$.

(5p) a)Arătaţi că $AD \perp (EDC)$.

(5p) b)Se ştie că AB=8 cm,iar punctele P şi Q sunt mijloacele laturilor [ED],respectiv [EC].Aflaţi cosinusul unghiului format de dreptele DQ şi AP.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă din oficiu 5 puncte.