

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Societatea de Științe Matematice din România



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București
PROBĂ DE DEPARTAJARE Martie 2012

CLASA a VIII-a

Problema 1. a) Arătați că pentru orice număr $x \in (0, 1]$ avem

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} < \sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2}.$$

b) Demonstrați, fără a extrage rădăcina pătrată și fără a ridica la pătrat că

$$\sqrt{101} > 10,049875$$

Problema 2. a) Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub (cu muchii verticale AA', BB', CC', DD'). Arătați că unghiul dintre planele $(AB'D')$ și $(A'BD)$ este obtuz.

b) Detreminați poziția unei drepte d din planul $A'B'C'D'$ astfel ca planele (A, d) și $(A'BD)$ să fie perpendiculare.

Problema 3. Câte soluții are ecuația

$$|||x - 1| - 1| - 1| - 1| = 1?$$

Problema 4. Arătați că pentru n număr natural impar, $n \geq 3$, sistemul

$$\begin{aligned} \sqrt{x_1^2 + 5} + x_2 &= 5 \\ \sqrt{x_2^2 + 5} + x_3 &= 5 \\ &\dots\dots\dots \dots \\ \sqrt{x_n^2 + 5} + x_1 &= 5 \end{aligned}$$

are o unică soluție formată din numere reale pozitive.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.