LICEUL TEORETIC „AL.MARGHILOMAN"

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
EREMIA GEORGESCU-BUZĂU

Ediția a II-a

17 decembrie 2011

Filiala Buzău a SSM din România

Clasa a IX-a M1

SUBIECTUL I

În triunghiul ABC, fie $D\in(BC), E\in(CA), F\in(AB)$ astfel încât $\frac{BD}{DC}=\alpha, \frac{CE}{EA}=\beta, \frac{AF}{FB}=\gamma.$

Atunci: $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{0}$ dacă şi numai dacă $\alpha=\beta=\gamma.$

SUBIECTUL II

a) Fie numerele $x,y\in\mathbf{R}$ astfel încât $x+y\in\mathbf{R}\setminus\{-1;0\}$.

Demonstrați că $\frac{1}{x+y}=\frac{1}{x+y+1}+\frac{1}{x^2+x+2xy+y^2+y}$

b) Demonstrați că pentru orice $n\in\mathbf{N}$, $n\geq 3$, există numerele $a_1,a_2,a_3,...,a_n\in\mathbf{N}^*$, distincte două câte două, astfel încât $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_n}=1$

SUBIECTUL III

Să se calculeze minimul expresiei $4ab+\frac{1}{ab}$ ştiind că $a,b\in\ \ 0,\infty$ şi $2a+5\ \ b+1\ \ =6$. Precizați valorile lui a şi b pentru care este atins acest minim.

(G. M. 11/2011 – enunț modificat)

Notă:

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Succes, dragi copii!