



**LICEUL TEORETIC  
AL MARGHILOMAN**

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ  
EREMIA GEORGESCU-BUZĂU**

Ediția a II-a

17 decembrie 2011



**Filiala Buzău  
a SSM din  
România**

**Clasa a XII-a**

**SUBIECTUL I**

Pe multimea numerelor reale se definește operația:

$$x * y = (\sqrt[2009]{x} + \sqrt[2009]{y} - \sqrt[2009]{m})^{2009}, \quad m \in \mathbb{R}$$

- $(\mathbb{R}, *)$  grup abelian
- Arătați că  $(\mathbb{R}, +)$  este izomorf cu  $(\mathbb{R}, *)$  printr-un izomorfism de forma:

$$f(x) = (x + \sqrt[2009]{m})^{2009}$$

**SUBIECTUL II**

Fie funcțiile  $f, g, h$  definite prin

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x-1}{e^x}, \quad g: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{\ln^2 x}{x} \quad \text{și} \quad h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \in (-\infty, 1) \\ g(x), & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

- Arătați că  $f, g$  sunt primitivabile și calculați  $\int f(x) dx, \int g(x) dx$
- Arătați că  $h$  este primitivabilă și determinați o primitivă cu proprietatea  $H(-1) + H(1) = 0$

**SUBIECTUL III**

Pe tablă sunt scrise numerele  $1, 2, \dots, 100$ .

La un pas se șterg două numere de pe tablă; fie acestea  $a$  și  $b$  și se scrie pe tablă numărul  $3ab + 7a + 7b + 14$ . Care este ultimul număr rămas după 99 pași? Depinde acesta de ordinea alegerilor?

**Notă:**

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**Succes dragi copii!**