



**LICEUL TEORETIC
AL MARGHILOMAN**

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
EREMIA GEORGESCU-BUZĂU**

Ediția a II-a

17 decembrie 2011



**Filiala Buzău
a SSM din
România**

Clasa a XII-a

SUBIECTUL I

Pe multimea numerelor reale se definește operația:

$$x * y = (\sqrt[2009]{x} + \sqrt[2009]{y} - \sqrt[2009]{m})^{2009}, \quad m \in \mathbb{R}$$

- $(\mathbb{R}, *)$ grup abelian
- Arătați că $(\mathbb{R}, +)$ este izomorf cu $(\mathbb{R}, *)$ printr-un izomorfism de forma:

$$f(x) = (x + \sqrt[2009]{m})^{2009}$$

SUBIECTUL II

Fie funcțiile f, g, h definite prin

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x-1}{e^x}, \quad g: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{\ln^2 x}{x} \quad \text{și} \quad h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \in (-\infty, 1) \\ g(x), & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

- Arătați că f, g sunt primitivabile și calculați $\int f(x) dx, \int g(x) dx$
- Arătați că h este primitivabilă și determinați o primitivă cu proprietatea $H(-1) + H(1) = 0$

SUBIECTUL III

Pe tablă sunt scrise numerele $1, 2, \dots, 100$.

La un pas se șterg două numere de pe tablă; fie acestea a și b și se scrie pe tablă numărul $3ab + 7a + 7b + 14$. Care este ultimul număr rămas după 99 pași? Depinde acesta de ordinea alegerilor?

Notă:

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Succes dragi copii!