

Olimpiada de Matematică – etapa locală- Galați
11 februarie 2012

CLASA a VI-a

Problema 1.

Să se determine restul împărțirii numărului $N = 863 \underbrace{999 \dots 9}_{2012 \text{ cifre}}$ la numărul 32.

Problema 2.

Să se determine numerele naturale x respectiv y , care verifică relația $3^x + 19 = 28^y$.

Problema 3.

Pentru orice numere naturale n și p se notează :

$$A(n, p) = 3n + 4p + 5 \quad \text{și} \quad B(n, p) = 6n + 7p + 8.$$

- a) Să se determine numărul perechilor (n, p) de numere naturale pentru care $A(n, p) = 2012$.
- b) Să se determine numerele naturale n pentru care $\frac{B(1, n)}{A(n, 1)}$ este număr natural.

Problema 4.

Fie unghiurile congruente $\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \sphericalangle A_3OA_4, \dots, \sphericalangle A_{100}OA_1$ în jurul punctului O.

Se colorează semidreapta $[OA_1$ și apoi se colorează fiecare a șasea semidreaptă după cea colorată (deci se colorează $[OA_1, [OA_7, [OA_{13}, \dots)$). În acest procedeu de stabilire a semidreptei ce urmează să fie colorată, se numără și semidreptele colorate întâlnite pe parcurs.

- a) Să se determine câte semidrepte rămân necolorate.
- b) Să se demonstreze că rămân semidrepte opuse necolorate după finalizarea procedurii, apoi să se determine numărul dreptelor determinate de acestea.
- c) Să se precizeze dacă rămân semidrepte necolorate perpendiculare.

Notă Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7