Concursul Interjudeţean de Matematică şi Informatică
"Grigore Moisil"
Ediţia a XXVII-a, Baia Mare, 23–25 martie 2012
Clasa a VII-a

Barem de corectare.

P1. $A = \frac{3-1}{1\cdot 3} + \frac{5-2}{2\cdot 5} + \frac{8-3}{3\cdot 8} + \frac{13-5}{5\cdot 13} + ...$
$+\frac{10946-4181}{4181\cdot 10946} + \frac{17711-6765}{6765\cdot 17711}$ .... **1 punct**
$= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{13} + ... + \frac{1}{4181} - \frac{1}{10946} + \frac{1}{6765} - \frac{1}{17711}$ **1 punct**
$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{10946} - \frac{1}{17711} < \frac{3}{2}$ .... **1 punct**
$B = \frac{2}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{3}{2\cdot 3\cdot 5} + \frac{5}{3\cdot 5\cdot 8} + \frac{8}{5\cdot 8\cdot 13} + ... + \frac{6765}{4181\cdot 6765\cdot 10946} + \frac{10946}{6765\cdot 10946\cdot 17711}$ **1 punct**
$= \frac{3-1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{5-2}{2\cdot 3\cdot 5} + \frac{8-3}{3\cdot 5\cdot 8} + \frac{13-5}{5\cdot 8\cdot 13} + ... + \frac{10946-4181}{4181\cdot 6765\cdot 10946} + \frac{17711-6765}{6765\cdot 10946\cdot 17711}$ **1 punct**
$= \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 5} + ... + \frac{1}{6765\cdot 10946} - \frac{1}{10946\cdot 17711}$ .... **1 punct**
$= \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{10946\cdot 17711} < \frac{1}{2}$ .... **1 punct**

Concursul Interjudeţean de Matematică şi Informatică
"Grigore Moisil"
Ediţia a XXVII-a, Baia Mare, 23–25 martie 2012
Clasa a VII-a

Barem de corectare.

P2.
a)

$$(a_k + a_{1006+k})^2 = \left(\sqrt{k+1+\sqrt{2k+1}} - \sqrt{k+1-\sqrt{2k+1}}\right)^2 = 2$$

(**2p**)

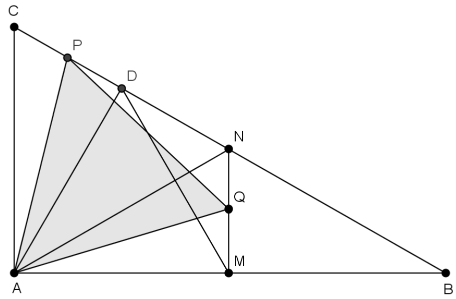
$a_k + a_{1006+k} = \sqrt{2}, \quad \forall k = 1, 2, \ldots, 1006$ şi
$a_k \cdot a_{1006+k} = -\sqrt{(k+1)^2 - (2k+1)} = -k, \quad \forall k = 1, 2, ..., 1006.$ (**2p**)
$\frac{a_1+a_2+...+a_{2012}}{2012} = \frac{1006\sqrt{2}}{2012} = \frac{\sqrt{2}}{2} < 1,$
$a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_{2012} = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot 1006 > 1.$ (**1p**)

b) Numărul C este pozitiv, iar D este negativ, deci $C > D$. (**2p**)

Concursul Interjudeţean de Matematică şi Informatică
"Grigore Moisil"
Ediţia a XXVII-a, Baia Mare, 23–25 martie 2012
Clasa a VII-a

Barem de corectare.

P3.



$AD \perp BC$, $D \in [BC]$

ΔACN şi ΔADM sunt triunghiuri echilaterale **(2p)**

ΔACD şi ΔANM sunt triunghiuri dreptunghice congruente. **(1p)**

$$\frac{PB}{PC} = \frac{BC - PC}{PC} = \frac{4CD - PC}{PC} = \frac{4(PC + PD) - PC}{PC} = 4 \cdot \frac{PD}{PC} + 3$$
(1p)

Din ipoteză $\frac{PD}{PC} = \frac{QM}{QN}$ **(1p)**

Această egalitate de rapoarte ne permite să afirmăm că punctele P şi Q sunt identic poziţionate pe catetele corespondente $[CD]$, respectiv $[NM]$, ale triunghiurilor dreptunghice congruente evidenţiate.

De aici rezultă că:

$$[AP] \equiv [AQ],$$

respectiv că: $m(\angle CAP) = m(\angle NAQ)$ rezlută

$m(\angle PAD) = m(\angle CAD) - m(\angle CAP) = 30^\circ - m(\angle NAQ)$ **(1p)**

Deci: $m(\angle PAQ) = m(\angle PAD) + m(\angle DAN) + m(\angle NAQ) =$
$= (30^\circ - m(\angle NAQ)) + 30^\circ + m(\angle NAQ) = 60^\circ$ **(1p)**

Concursul Interjudeţean de Matematică şi Informatică
"Grigore Moisil"
Ediţia a XXVII-a, Baia Mare, 23–25 martie 2012
Clasa a VII-a

Barem de corectare.

P4.
Fie B' simetricul lui B faţă de P, $B' \in AB$
C' simetricul lui C faţă de Q, $C' \in AC$

(2p)

Triunghiurile $\Delta BMB'$, $\Delta CMC'$ isoscele
$m(\angle BMB') = m(\angle CMC') = 180° - 2m(\angle ABM)$ **(2p)**

Triunghiul $\Delta BB'C$: PE linie mijlocie
$[PE] = \frac{[B'C]}{2}$
Triunghiul $\Delta CC'B$: QE linie mijlocie
$[QE] = \frac{[BC']}{2}$

(1p)

Triunghiul $\Delta BC'M \equiv \Delta B'CM$ rezultă $[BC'] \equiv [CB']$. **(2p)**