Concursul Interjudeţean de Matematică şi Informatică
"Grigore Moisil"
Ediţia a XXVII-a, Baia Mare, 23–25 martie 2012
Clasa a IX-a

P1. Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sqrt{(x-1)^2 + (x^2-5)^2}, \quad g(x) = \sqrt{(x+2)^2 + (x^2+1)^2}.$$

Să se determine minimul funcţiei $(f(x)+g(x))$ şi maximul funcţiei $(f(x)-g(x))$.

Pop Vasile

P2. Fie $a, b \in (0, \infty)$ astfel încât $a \cdot b = 1$ şi $a + b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Să se arate că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, numărul $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Râmbu Gheorghe

P3. Fie punctele M, N, P pe laturile AB, BC, CA ale ΔABC astfel încât $AM = BN = CP$. Notăm cu T centrul de greutate al ΔMNP. Ştiind că $AB \cdot \vec{AT} + BC \cdot \vec{BT} + CA \cdot \vec{CT} = \vec{0}$, să se arate că ΔABC este echilateral.

26373, G.M. 11/2011

P4. Fie ΔABC, cu M mijlocul lui $[BC]$. Pe dreapta BC, în stânga şi în dreapta lui M, şi la egală distanţă de M, se ridică perpendicularele d_1 şi d_2. Perpendiculara din M pe AB intersectează d_1 în P, iar perpendiculara din M pe AC intersectează d_2 în Q.

Demonstraţi că:

$$AM \perp PQ.$$

Bancoş Marin

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.