



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

CLASA a VIII-a

- Fie $a \in \mathbb{Q}^*$. Demonstrați că dacă $a^{18} \in \mathbb{Q}$ și $a^{11} \in \mathbb{Q}$ atunci $a \in \mathbb{Q}$.
 - Arătați că nu există $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ astfel încât $1 + \sqrt{3} = (a + b\sqrt{3})^2 + (c + d\sqrt{3})^2$.
- Dacă $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ să se demonstreze inegalitatea :
$$(-a + b + c + d)^2 + (a - b + c + d)^2 + (a + b - c + d)^2 + (a + b + c - d)^2 + 1 \geq 2(a + b + c + d)$$

În ce caz are loc egalitatea ?
- Se dau punctele necoplanare A, B, C, D și fie M, N, P, Q respectiv mijloacele segmentelor [AB], [BC], [CD], [DA].
 - Să se demonstreze că planele (APB), (CDM), (BCQ), (DAN) au un punct comun.
 - Dacă MNPQ este dreptunghi să se calculeze măsura unghiului format de dreptele AC și BD.
- Pe planul pătratului ABCD cu lungimea laturii $2x$ ($x > 0$) se duc de aceeași parte perpendicularele FD și EB astfel încât $FD = x$ și $EB = 4x$.
 - Să se determine tangenta unghiului format de planele (ACE) și (ABC).
 - Demonstrați că $AE \perp CF$.
 - Aflați distanța de la punctul E la planul (ACF).

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7