

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XII-a
Galați, 05 noiembrie 2011

Clasa a IX-a

Problema 1.

Piramida triunghiulară $VABC$ are toate fețele triunghiuri ascuțitunghice congruente. Fie H piciorul înălțimii coborâtă din V pe fața ABC .

- a) Demonstrați că suma măsurilor unghiurilor formate de muchiile care pleacă din același vârf este 180° .
b) Fețele laterale VAB , VBC și VAC se rotesc în jurul laturilor $[AB]$, $[BC]$, respectiv $[AC]$, în exteriorul triunghiului ΔABC , până ajung în același plan cu el. Fie P , Q , R punctele unde ajunge vârful V în urma acestor rotații. Demonstrați că H este ortocentrul triunghiului ΔPQR .

Georgeta Balacea, profesor, Galați

Problema 2.

Să se determine valorile lui $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care
$$[\sqrt{9n^2 + 1}] + [\sqrt{9n^2 + 2}] + \dots + [\sqrt{9n^2 + 24n + 15}] \leq 144n + 43,$$
unde prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a numărului real a .

Dumitru și Rodica Bălan, profesori, Galați

Problema 3.

Determinați valorile de adevăr ale propozițiilor:

- a) $p: (\exists)a, b, c \in \mathbb{Z}, a^2 + b^2 + c^2 \neq 0; |a| < 10^6; |b| < 10^6; |c| < 10^6$ astfel încât
 $|a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}| < 10^{-11}$
b) $q: (\forall)a, b, c \in \mathbb{Z}^*, |a| < 10^6; |b| < 10^6; |c| < 10^6$ avem $|a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}| > 10^{-21}$

Constantin Ursu, profesor, Galați