

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA” EDIȚIA A IX-A

BĂILEȘTI, 24 MARTIE 2012

CLASA a VII-a



Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Dacă $x = \sqrt{11 - 3\sqrt{8}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{18}}$, atunci $(x + \sqrt{2})^7$ are valoarea :
a) 0 b) $-6\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{2}$ d) $-8\sqrt{2}$
2. Fie $(a, b) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$ o soluție a ecuației $xy - 3x - 4y = -7$ și $s = a + b$. Numărul elementelor mulțimii valorilor lui s este :
a) 8 b) 4 c) 2 d) 0
3. Valoarea minimă a expresiei $E(x) = x^2 + x - 1$ este :
a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{5}{4}$ c) -1 d) 1
4. Fie ABCD un paralelogram cu centrul O iar M, P, R mijloacele segmentelor [AB], [OB] respectiv [OC]. Raportul ariilor paralelogramului ABCD și triunghiului MPR este :
a) 16 b) 6 c) 10 d) 4
5. Paralela prin B la latura [AC] a triunghiului ascuțitunghic ABC intersectează bisectoarea (AD) a unghiului BAC în E, (D aparținând laturii [BC]). Dacă $AC = 2 \cdot AB$ și $AB \cap CE = \{F\}$, care dintre afirmațiile următoare este falsă ?
a) $AE \perp CF$ b) $BC = 3 \cdot BD$ c) $AF = AC$ d) $FC = 2 \cdot EA$

Probleme propuse de prof. Marian Firicel, Calafat

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Fie ABCD trapez dreptunghic, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $m(\angle A) = 90^\circ$ cu $AB = AD$. Considerăm punctul E pe latura (AD) astfel ca $ED = DC$ și $DL \parallel BC$, $L \in AB$, $CL \cap DB = \{K\}$. Să se demonstreze că dreptele AK și EC sunt paralele și că are loc egalitatea $CL = 2 \cdot EK$.

Prof. Marian Firicel, Calafat

Problema 2 (20 puncte)

Determinați $n \in \mathbf{N}$, astfel încât

$$a^n + b^n + c^n - 3abc = (a + b + c)(a^{n-1} + b^{n-1} + c^{n-1} - ab - bc - ca), \forall a, b, c \in (0, \infty)$$

Prof. Rocșoreanu Petrișor, Craiova, Sfera Matematicii, Nr.19

Timp de lucru 2 ore. Din oficiu se acordă 10 puncte.