# CONCURSUL NAȚIONAL **TEHNICI MATEMATICE**
EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012

**SUBIECTE CLASA A IX-A**

**Subiectul I (30p)**

Se dă funcția $f:\mathbb{N}^* \to \mathbb{N},\ f(n)=\mu(8^n)$, $(\mu(a^n)$ *este ultima cifra a numarului* $a^n)$.

a)Să se calculeze f(1), f(2), f(11) şi f(36).

b)Să se arate că $f$ este o funcție mărginită, periodică şi să se precizeze perioada principală.

c)Să se arate că $(8^n-1)$ este divizibil cu 7.

**Subiectul II (30p)**

a)Fie şirurile: 17, 21, 25, 29, ... şi 16, 21, 26, 31, ... .

Aflați suma primilor k termeni comuni ai şirurilor.

b)Determinați numerele reale $x, y\ cu\ x \geq y,$ dacă avem: $4x^2+\frac{1}{2}=\sqrt{2(x-y)}+2y$.

c)Se consideră numărul $\frac{1}{7}=0,a_1a_2a_3.....$ Să se calculeze $a_2 \bullet a_3 \bullet a_4 \bullet a_5 \bullet a_6$.

**Subiectul III (30p)**

Latura BC a triunghiului ABC este împărțită de punctele $B_1, B_2, B_3, B_4$ în cinci segmente congruente. Se notează $\overrightarrow{AB}=\vec{c}$ şi $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$.

a)Să se exprime vectorii $\overrightarrow{B_1A}, \overrightarrow{B_2A}, \overrightarrow{B_3A}, \overrightarrow{B_4A}$ în funcție de vectorii $\vec{a}\ si\ \vec{c}$.

b)Dacă $\widehat{BAC}$ este unghi drept şi $\left|\vec{a}\right|=12$, să se calculeze $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB_1}+\overrightarrow{AB_2}+\overrightarrow{AB_3}+\overrightarrow{AB_4}+\overrightarrow{AC}\right|$.

**Din oficiu 10p.**

**Timp de lucru 2 ore.**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**


**Probleme propuse de:**

**Prof. Ana Gabriela Ene**

**Prof. Liviu Vlădescu**

**Prof. Dumitru Neagu**

**Prof. Dragoş Constantinescu**

**Prof. Cristian Cotoarbă**

**Prof. Silviu Statie**

**Prof. Modrea Speranța**

CONCURSUL NAȚIONAL **TEHNICI MATEMATICE**

EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012

**SUBIECTE CLASA A X-A**

**Subiectul I (30p)**

Fie $z_1, z_2$ rădăcinile în $\mathbb{C}$ ale ecuației $x^2 - 4x + 16 = 0$.

a)Calculați $|z_1|$ și $z_1 + z_2$ .

b)Calculați $\frac{z_1}{z_2}$ .

c)Să se determine $\text{Re}(z_1 \bullet z_2)$ și $\text{Im}\,(\frac{z_1}{z_2})$ .

**Subiectul II (30p)**

1.Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbb{N}^*$ cu proprietatea că $f(64) = 4$ .

a)Să se determine $n \in \mathbb{N}*$

b)Pentru $n = 3$, să se calculeze $f(2) \bullet f(2^2) \bullet f(2^3)$.

2.Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ și $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

Să se calculeze $f(16) + [f(5)] - [g(36)]$, unde prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a lui *a*.

**Subiectul III (30p)**

Se consideră punctele $A(-6,-3)$; $B(6,9)$; $C(0,-2)$.

a)Să se determine coordonatele vectorului $\vec{v} = \frac{1}{2} \bullet \overrightarrow{AB} + 2 \bullet \overrightarrow{BC}$

b)Să se determine coordonatele punctului *M* pentru care $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2} \bullet \overrightarrow{MB}$.

**Din oficiu 10p.**

**Timp de lucru 2 ore.**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**


**Probleme propuse de:**

**Prof. Dorel Stoenescu**

**Prof. Radu Vîlceanu**

**Prof. Carmen Cergă**

**Prof. Silviu Statie**

**Prof. Ileana-Florentina Dicu**

**Prof. Cristian Buican**

CONCURSUL NAȚIONAL **TEHNICI MATEMATICE**

EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012

**SUBIECTE CLASA A XI-A**

**Subiectul I (30p)**

Într-un reper cartezian de axe xOy considerăm punctele A(1,1); B(3,9); C(a,$a^2$)

a) Aflați a$\in$**R** astfel încât punctele A, B, C să fie coliniare

b) Daca a=4 aflați $A_{\Delta ABC}$ şi d(O, AC)

c) Rezolvați ecuația $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ \lg(x-1) & lg^2(x-1) & 1 \end{vmatrix} = 0$

**Subiectul II (30p)**

Fie funcția $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2-4}$.

a)Determinați domeniul maxim de definiție.

b)Determinați asimptotele funcției.

c)Calculați $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

**Subiectul III (30p)**

Fie $A \in M_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}; m \in \mathbb{R}$.

a)pentru $m = 2$ calculați $(A^3 - I_3)$;

b)determinați $m \in \mathbb{R}$, a. î. A să fie inversabilă.

c)pentru $m = -1$ rezolvați ecuația matriceală: $A \bullet X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

**Din oficiu 10p.**

**Timp de lucru 2 ore.**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Probleme propuse de:**

**Prof. Ana Jipescu**

**Prof. Florin Dorian Smeureanu**

**Prof. Dumitru Neagu**

**Prof. Ion Ureche**

**Prof. Cătălin Bîrzescu**

**Prof. Dorel Stoenescu**

**Inf. Cătălin Păun**

# CONCURSUL NAȚIONAL **TEHNICI MATEMATICE**
## EDIȚIA A IX – A / 23 – 25 MARTIE 2012
### SUBIECTE CLASA A XII-A

**Subiectul I (30p)**

1)Calculați $\sqrt[3]{8}+\log_2\frac{1}{4}$.

2)Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+2x+m$. Determinați $m\in\mathbb{R}$ pentru care minimul funcției $f$ este egal cu 2.

3)Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{6-x^2}=25$.

4)Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $A_n^2=12$.

5)Scrieți ecuația dreptei determinate de punctele $A(2,3)$ *si* $B(4,5)$ .

6)Calculați $\cos x$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ *si* $\sin x=\frac{3}{5}$ .

**Subiectul II (30p)**

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ .

a)Calculați determinatul matricei A.

b)Calculați $A^2-2A+I_2$ .

c)Determinați matricele $X\in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $X^2=A$ .

2.Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziție $x*y=xy-3x-3y+12$.

a)Demonstrați că $x*y=(x-3)(y-3)+3,$ oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

b)Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x=19$.

c)Ştiind că legea "*" este asociativă, calculați $\sqrt[3]{1}*\sqrt[3]{2}*...*\sqrt[3]{2011}$.

**Subiectul III (30p)**

1.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\bullet e^x$ .

a)Calculați $f'(x)$.

b)Demonstrați că funcția $f$ este descrescătoare pe intervalul $[-2,0]$.

c)Demonstrați că $0\le f(x)+f(x^2)\le\frac{e^2+1}{e}$, oricare ar fi $x\in[-1,0]$.

2.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{1}{x}$.

a)Calculați $\int_1^3\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$ .

b)Determinați volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei $Ox$ a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$.

c)Calculați $\int_1^3 f(x)\bullet\ln x\,dx$ .

**Din oficiu 10p.**
**Timp de lucru 2 ore.**
**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Probleme propuse de:**
**Prof. Florin Dorian Smeureanu**
**Prof. Cristian Cotoarbă**
**Prof. Ileana-Florentina Dicu**