



**Concursul județean ARGEȘGIM – Ediția a V-a
Pitești – 05.11.2011**

Clasa a VIII-a

1. a) Demonstrați că $xy(x+y)$ este număr par, oricare ar fi x și y numere întregi.

b) Justificați dacă există numerele întregi a, b, c, d , astfel încât:

$$a^2(b^3 + c^3) + b^2(a^3 - c^3) + c^2(a^3 - b^3) + 1 = a^3b^3c^3d^3(a + d).$$

Gheorghe Molea, Curtea de Argeș

2. a) Să se arate că $\sqrt{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}} \in \mathbb{Q}$, $(\forall) k \in \mathbb{N}^*$.

b) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația:

$$\frac{5}{2} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2010^2} + \frac{1}{2011^2}} = x + \frac{2010}{2011}.$$

3. a). Demonstrați că un triunghi este dreptunghic de ipotenuză „ a ” dacă și numai dacă $2(a + b)(a + c) = (a + b + c)^2$.

b). Demonstrați că în orice triunghi dreptunghic raportul dintre perimetru și ipotenuză este cel mult $1 + \sqrt{2}$.

Prof. Molea F. Gheorghe, Curtea de Argeș.

4. Fie ABC un triunghi echilateral, $D \in BC$ astfel încât $(DC) \equiv (BC)$ și $E \in AC$ astfel încât $(AE) \equiv (AC)$. Dacă $DE \cap AB = \{F\}$, arătați că $AB = 3AF$.

G.M. 3/2009

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Țimp de lucru: 3 ore.

Fiecărui subiect i se acordă 7 puncte