



**Concursul județean ARGEȘGIM – Ediția a V-a  
Pitești – 05.11.2011**

**Clasa a VIII-a**

1. a) Demonstrați că  $xy(x+y)$  este număr par , oricare ar fi  $x$  și  $y$  numere întregi .

b) Justificați dacă există numerele întregi  $a$  ,  $b$  ,  $c$  ,  $d$  , astfel încât :

$$a^2 ( b^3 + c^3 ) + b^2 ( a^3 - c^3 ) + c^2 ( a^3 - b^3 ) + 1 = a^3 b^3 c^3 d^3 ( a + d ) .$$

Gheorghe Molea, Curtea de Argeș

2. a) Să se arate că  $\sqrt{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}} \in \mathcal{Q}$  ,  $(\forall) k \in \mathbb{N}^*$ .

b) Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația:

$$\frac{5}{2} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2010^2} + \frac{1}{2011^2}} = x + \frac{2010}{2011} .$$

3. a). Demonstrați că un triunghi este dreptunghic de ipotenuză „ $a$ ” dacă și numai dacă  $2(a + b)(a + c) = (a + b + c)^2$  .

b). Demonstrați că în orice triunghi dreptunghic raportul dintre perimetru și ipotenuză este cel mult  $1 + \sqrt{2}$ .

Prof. Molea F. Gheorghe, Curtea de Argeș.

4. Fie  $ABC$  un triunghi echilateral,  $D \in BC$  astfel încât  $(DC) \equiv (BC)$  și  $E \in AC$  astfel încât  $(AE) \equiv (AC)$ . Dacă  $DE \cap AB = \{F\}$  , arătați că  $AB = 3AF$ .

G.M. 3/2009

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Țimp de lucru: 3 ore.

Fiecărui subiect i se acordă 7 puncte