

Colegiul National "Mircea cel Batran" Rm. Valcea.

Concursul interjudetean de matematica  
" Mathematica-modus Vivendi"  
Editia aX-a, 23 februarie 2013.

Subiecte pentru clasa aX-a.

- 1) Fie  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}^*$  astfel incat  $|z_1| = |z_2| = |z_3| \neq 1$  si numerele  $z_1 - z_2 z_3, z_2 - z_1 z_3, z_3 - z_1 z_2$  sa fie toate reale.

Demonstrati ca cel putin doua dintre numerele  $z_1, z_2, z_3$  sunt egale.

(Profesor Ionut Ivanescu-C.N" .Stefan Velovan", Craiova)

- 2) Fie  $a > 1$  un numar real dat; rezolvati sistemul:

$$\begin{cases} (a+1)^{x+1} + a^y = a^3 + 3a^2 + 4a + 1 \\ \log_{2a+1}(x+2a-1) - \log_{2a}(y+2a-1) = 0 \end{cases}$$

(profesor doctor Dumitru Acu, Sibiu)

- 3) a) Determinati functia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , astfel incat:

$$f(x^8 - y^8) = (x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)(f(x) + f(y)), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

- b) Demonstrati ca solutia ecuatiei:  $\log_{2x}(2X+1) = 2$  este  
numarul  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$

(profesor Lucian Tutescu, Craiova, profesor Catalin Pana, Rm. Valcea).

- 4) Pe laturile triunghiului echilateral ABC se considera punctele M, N, P astfel incat:

$$\frac{AP}{PB} = \frac{BM}{MC} = \frac{CN}{NA} = r, \text{ pe laturile triunghiului NMP punctele D, E, F astfel incat:}$$

$$\frac{PD}{DM} = \frac{MF}{FN} = \frac{NE}{EP} = r \text{ si pe laturile triunghiului DEF punctele G, H, I astfel incat:}$$

$$\frac{DI}{IF} = \frac{FH}{HE} = \frac{EG}{GD} = r, \text{ demonstrati ca triunghiul GHI este echilateral.}$$

(profesor Simona Pozinarea, Rm. Valcea)

Nota: Timp de lucru doua ore;

Fiecare solutie corecta va fi  
notata cu 7 puncte.