

Concursul Interjudețean
„Mathematica – modus vivendi”
Ediția a X-a, 23 februarie 2013

CLASA a XII-a

1. Să se determine funcția derivabilă $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, știind că

$$f'(x) = \left(p + \frac{k}{x} \right) \cdot f(x) + b \cdot x^{k-1} \cdot e^{px},$$

$b, p, k \in \mathbb{R}$ pentru $x > 0$ și $f(1) = a \cdot e^p$, $a \in \mathbb{R}$.

Prof. univ. dr. Dumitru Acu, Sibiu

2. Să se calculeze integrala:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{e^x + 2013(\cos x - \sin x)} dx.$$

Prof. dr. Cătălin Pană, Râmnicu-Vâlcea

Prof. Lucian Tuțescu, Craiova

3. Fie G un grup finit cu n elemente ($n \geq 2$), m cel mai mare divizor al lui n diferit de n , iar $A \subseteq G$, $A \neq \emptyset$. Dacă mai mult de m elemente ale lui G comută cu toate elementele lui A , arătați că toate elementele lui G au această proprietate.

Prof. Nicolae Pavelescu, Râmnicu-Vâlcea

4. Fie A un inel și $a, b \in A$ cu proprietatea că $a^2 + b^2 = ab$. Să se arde că

$$(ab)^2 = b^2 a^2 \text{ și } (ba)^2 = a^2 b^2.$$

Marian Cuconeș, G.M. 2012

Notă: Timp de lucru 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte