CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
" PETRU MOROŞAN-TRIDENT "
Ediţia a X-a , Secţiunea A (M_1),
Brăila, 9 - 11. 11. 2012

CLASA a V - a

1. Determinaţi numerele de forma $\overline{abc}$, dacă $5+10+15+...+\overline{abc}=\overline{abc00}$.

Daniela Covaci, Brăila

Soluţie:

$5+10+15+...+\overline{abc}=\overline{abc00}\Rightarrow\overline{abc}=5k\Rightarrow5+10+15+...+5k=5\dfrac{k(k+1)}{2};\overline{abc00}=5k\cdot100\Rightarrow5k\cdot100=$

$=5\dfrac{k(k+1)}{2}\Rightarrow k+1=200\Rightarrow k=199\Rightarrow\overline{abc}=5\cdot199=995.$

2. Determinaţi numerele naturale nenule a,b,c,d,e,n ştiind că $2^{a+3}\cdot3^b\cdot5^{c+1}\cdot7^d\cdot11^e=1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n.$

Mihaela Baltă, Brăila

***Soluţie*:**

$1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n$ conţine toţi factorii primi mai mici sau egali cu n, $1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n$ nu conţine pe 13, dar $1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n$ conţine pe $11\Rightarrow n\in\{11,12\}$.

Dacă $n=11\Rightarrow2^{a+3}\cdot3^b\cdot5^{c+1}\cdot7^d\cdot11^e=2^8\cdot3^4\cdot5^2\cdot7\cdot11\Rightarrow a=5,b=4,c=1,d=1,e=1.$

Dacă $n=12\Rightarrow2^{a+3}\cdot3^b\cdot5^{c+1}\cdot7^d\cdot11^e=2^{10}\cdot3^5\cdot5^2\cdot7\cdot11\Rightarrow a=7,b=5,c=1,d=1,e=1.$

3. Numărul $\overline{abc}$ împărţit la b dă câtul $\overline{da}$ şi restul a. Dacă $d=b+1$, să se arate că $\overline{abc}$ nu este pătrat perfect.

Narcis Gabriel Turcu, Brăila

Soluţie:

$100a+10b+c=b\left[10(b+1)+a\right]+a\Rightarrow100a+10b+c=b(10b+a+10)+a\Rightarrow100a+10b+c=10b^2+ab+$

$+10b+a\Rightarrow c=b(10b+a)-99a\Rightarrow c=b\cdot\overline{ba}-99a$. Deoarece c este cifră convin doar valorile $a=7,b=8$ deci $c=3$; 783 nu este pătrat perfect.