CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROŞAN -TRIDENT ”
Ediţia a X-a , Secţiunea B (M_2),
Brăila, 09 - 11.11. 2012

CLASA a XI a

1. Determinaţi matricea $A \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A^3 = \begin{pmatrix} 471 & 600 \\ 75 & 96 \end{pmatrix}, TrA = 9, TrA^2 = 69$.

Daniela Haret

2. a) Dacă $a_i, x_i, i \in \overline{1,n}$ sunt numere reale, atunci are loc inegalitatea:

$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot a_i\right)^2 \le \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)$, cu egalitate dacă $x_i \cdot a_j = x_j \cdot a_i, i \ne j, i, j = \overline{1,n}$.

b) Fie $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(\sum\limits_{k=1}^{n} tg a_k x\right)^2}{\sum\limits_{k=1}^{n} tg^2 a_k x} \ge n, n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$. Arătaţi că $a_1 = a_2 = ... = a_n$.

Mihaela Giurcă

3. Fie $A, B \in M_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A + B = A \cdot B$. Să se arate că pentru $k \in \mathbb{N}, k \ge 2$, următoarele afirmaţii sunt echivalente:

a) $A + B + B^2 + ... + B^k = O_2$;

b) $B^{k+1} = O_2$

Roxandra Murea

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.